

## 题目 1：滴水能生电？——复现开尔文的神奇静电装置

### 情景故事：

我们日常生活中的电池，无论是 5 号干电池（1.5 伏）还是手机电池（约 3.7 伏），电压都不算高。家里的插座是 220 伏，工厂里的大机器可能需要 380 伏的动力电。那你知道，为什么高压电线要架到几万、甚至几十万伏吗？因为只有把电压升得足够高，电能才能跨越几百公里、低损耗地送到你家门口。

但今天我们要讲的不是高压电线，而是一个更神奇的现象：你相信吗，仅凭普通自来水不断滴下，就能制造出上万伏特的高压电！

1867 年，英国物理学家开尔文勋爵（就是那个把绝对温度单位命名为“开尔文”的人）设计了一个天才般的装置：让水流从金属环中穿过，经过巧妙的交叉连线，水滴之间互相感应、互相放大，最后竟然能“无中生有”地产生噼啪作响的电火花。这个装置不需要电池，不需要摩擦，只靠重力就让水变成了“发电机”。今天，你也有机会亲手重现这个 150 多年前的神奇实验，亲眼见证“滴水生电”的奇迹。

### 核心挑战：

仿照开尔文滴水器的思想，用易拉罐、塑料瓶、金属环和导线等常见材料，亲手搭建一个能利用水流自身产生高压静电的装置。你需要让两股细小的水流通过交叉连接的金属环，落入下方的集水罐中，最终在放电球之间观察到持续的电火花，或者让一个金属小球在两个电极之间来回摆动成一个“静电钟摆”。

### 深度思考：

（1）为什么这个装置没有任何电池或电源，只凭几滴流下来的水，就能从偶然极微弱的“种子电荷”开始，持续累积放大出上万伏特的电压并噼啪放电？请找出从初始电荷到强烈火花之间的“正反馈”循环链条，并思考驱动这个高压过程的能量最终来自哪里（是凭空产生的吗）。

（2）为什么左右两侧的感应环必须“交叉”连接到对面的集水桶？如果改成同侧连接，装置还能工作吗？

### 泛化能力：

开尔文滴水器是一个典型的“正反馈”系统——微小的初始偏差，通过循环放大，最终产生巨大的效果。这种“滚雪球”式的放大机制，

在很多领域都能看到类似的影子：

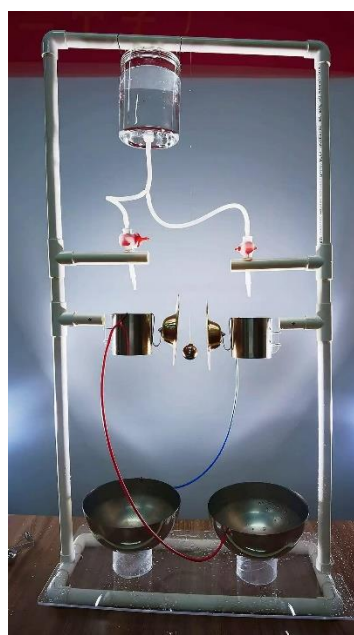
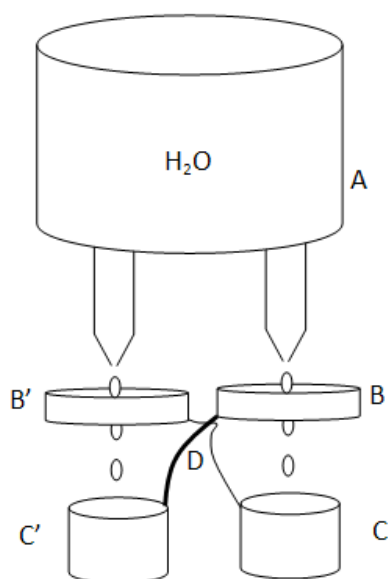
(1) 生态系统：某种生物种群因为食物充足而数量暴增，更多的个体意味着更多的繁殖，数量进一步暴增——这就是正反馈。这种“滚雪球”式的增长，有时会让种群数量远远超出环境承载能力。

(2) 经济领域：股市或房地产泡沫的形成也是如此：价格上涨吸引更多买入，买入又推高价格，价格越高越吸引人——正反馈循环让泡沫越吹越大。

(3) 班级学习：你有没有见过这样的现象？一个同学因为某次考得好被表扬，自信心增强，学习更努力，下次考得更好——这就是一个正反馈的“上升螺旋”。反过来，一次考砸后沮丧、不想学、下次考得更差——这是一个正反馈的“恶性循环”。一个小小的起始差异（表扬或批评），经过循环放大，最终可能让两个原本水平相当的同学差距越来越大。

(4) 家庭关系：一个小误会如果没人解释，一方的不满可能会感染另一方，不满越积越多，最终爆发成大争吵——这也是正反馈在起作用。

(5) 你能想到自己身边还有哪些“小事被越放越大”的例子吗？在这些正反馈系统中，初始的那一点点“种子”力量，为什么会带来如此巨大的结果差异？



滴水起电机的示意图(左)和装置图(右边)。图片来自于互联网

<https://baike.baidu.com/item/滴水起电机/1408856> 和

[https://www.sohu.com/a/714155672\\_100114195](https://www.sohu.com/a/714155672_100114195)。

## 题目 2：很多人说工资被平均了，这是真的吗？——统计数字的分布秘密

### 情景故事：

看数据不能只看“平均值”，还要看数据的“分布形状”。同样，如果只告诉你们班平均身高 1.65 米，你可能以为大家差不多高，但实际上可能有一半人 1.8 米、一半人 1.5 米，平均也是 1.65 米——但这种情况下的“平均”就失去了意义。

今天，你可以用自己班级的身高、体重、家庭收入数据来画“直方图”，看看这些数据的分布长得像什么形状——是钟形？是长尾形？还是双驼峰？每一种形状背后，都藏着一个有趣的机制。

### 核心挑战：

在同年级中选择几个班级，测量每个班级所有男生的身高和体重（也可以测量女生，两种数据不要混合在一起，想想为什么？），同时匿名收集每个同学的家庭月收入大概范围（比如：5000 元以下、5000-10000 元、10000-20000 元、20000 元以上）。利用 Excel、SPSS、Origin 等工具或者自己利用熟悉的编程语言（Python、C、C++、Matlab 等均可；在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）进行统计和作图。你需要完成以下任务：

为每个班级分别画出身高、体重、家庭收入的“直方图”（横坐标是数值范围，纵坐标是有多少人落在这个范围内）。

比较不同班级之间的直方图形状：它们是“中间高两边低”的山形？还是“左边高右边低”的下坡形？还是“平平坦坦”的矩形？或者出现了“两个驼峰”的双峰形？

计算每个班级身高、体重、家庭收入的平均值和中位数，比较它们的大小差异。

试着找出不同班级之间分布形状的差异，讨论一下这个差异体现了什么？为什么会有这些差异？

### 深度思考：

（1）你有没有发现，身高和体重的直方图往往呈现“中间高、两边低”的钟形（这叫做正态分布），而家庭收入的直方图往往呈现“左边高、右边低”的长尾形（大部分人在中低收入，少数人在高收入）？为

什么同样是测量人的数据，身高和收入的分布形状差别这么大？这背后有什么本质原因？（提示：身高受很多微小的遗传和环境因素叠加影响，而收入受到一些“赢家通吃”的机制影响。）

（2）另外，如果两个班级的平均身高差不多，但一个班的直方图很“瘦高”（大家都差不多高），另一个班的直方图很“矮胖”（有人很高有人很矮），这说明两个班的“内部差异”有什么不同？哪种情况你会说这个班“更整齐”？

（3）服装厂不用预先调查每个人的身高，就能生产出不同大小的衣服（比如 S、M、L、XL），而且大部分人都能找到合适的尺码。这是利用了身高分布的什么特点？如果身高的分布不是钟形，而是像收入那样的长尾形，服装厂还能这样生产吗？

## 泛化能力：

学会看直方图的形状，能帮你识破很多生活中的“数字骗局”：

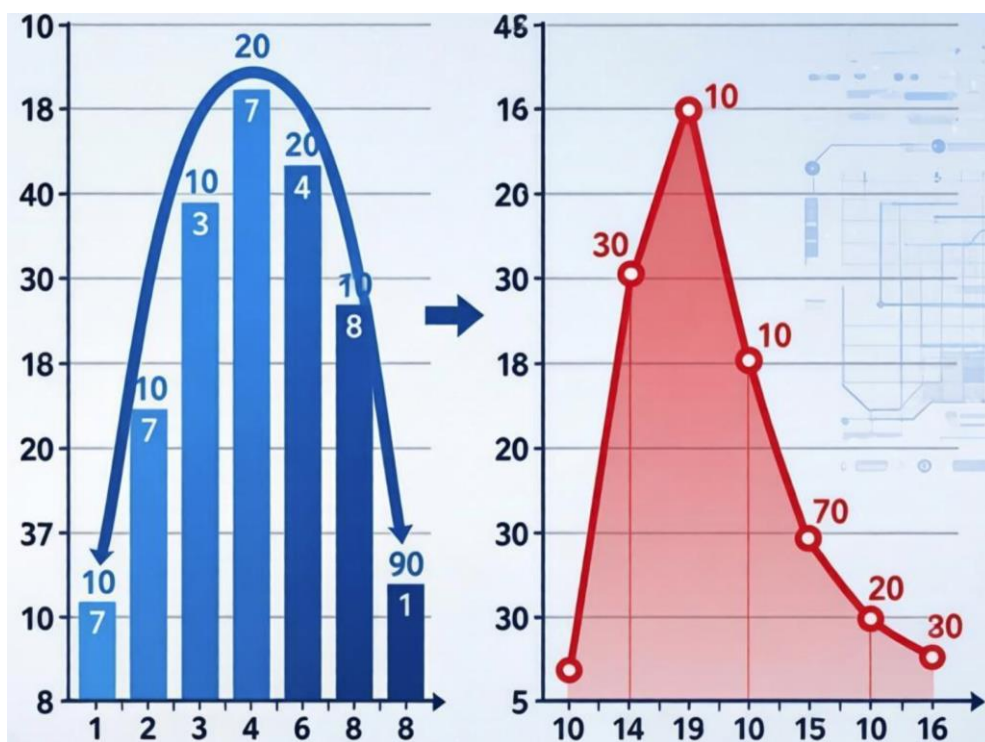
（1）学校成绩：某学校说“我们学生平均成绩 85 分”，听起来很不错，但如果直方图有两个驼峰（一个峰在 60 分，一个峰在 100 分），说明这个学校其实是“两极分化”，平均分 85 分掩盖了这个事实。这时候用“中位数”可能更能反映真实情况。

（2）公司收入：某公司说“员工平均年薪 30 万”，但如果直方图是左边高右边低（大部分人年薪不到 10 万，少数高管几百万），那这个“平均”就没有意义——大部分人都“被平均”了。

（3）班级身高：如果你们班要跟别人炫耀身高很高，你是应该报“平均身高”还是“最高那个人的身高”？为什么？

（4）食堂评价：如果问某一个学校和另外要给学校比较“食堂饭菜更好吃吗”，只统计平均分可能会被几个“满分”和几个“零分”拉偏，如果调查有人恶意捣乱怎么办？你觉得应该如何比较更合理？

你能想到生活中还有哪些“平均数骗人”的例子吗？如果你是班长，想向老师真实反映班级的学习情况，你会只用平均分吗？还会用什么数据？



两种直方图示意图。由百度 AI 生成。

### 题目 3：经济终将走向何处？——“蛛网”里的稳定、循环与崩溃

#### 情景故事：

你有没有听过“谷贱伤农”这个成语？农民看到猪肉涨价了就多养猪，结果第二年猪太多了，价格大跌，农民亏本；亏本了第三年就少养猪，结果猪又少了，价格又大涨……就这样一年贵一年便宜，像蜘蛛网一样来回摆动。这种现象在经济学里叫做“蛛网模型”，“蒜你狠、姜你军”也是这些原因造成的。

有时候这种摆动会越来越小，最终稳定下来；有时候会越来越大，最后崩盘；还有时候会在固定的节奏上永远循环下去。这个模型最早是 1930 年代经济学家用来解释农产品价格波动的，但后来人们发现，生态系统中猎物种群数量的变化、甚至人体的某些生理节律，都遵循类似的规律。今天，你可以用这个模型来预测未来的发展以及讨论如何应对——如果你是一个养猪户，到底该怎么安排生产？如果你是市场管理员，为了市场平稳，可以如何进行良性干预？

#### 核心挑战：

假设你经营一种农产品（比如猪肉或大白菜）。每年的“价格”会决定农民第二年“生产多少”（价格高就多养，价格低就少养）；而第二年生产出来的“数量”又会决定当年的“价格”（货多就便宜，货少就贵）。这样一年又一年，价格和产量就会不断变化。

请你用计算机或手动画图的方式来模拟这个循环（在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）：

画出“需求曲线”（价格越高，需求者想买数量越少）和“供给曲线”（价格越高，生产者愿意提供的产品数量越多）。

从某个初始价格开始，按照“价格→决定产量→产量又决定新价格”的规则一步步迭代，画出价格-产量的轨迹。你会发现这个轨迹像一张蜘蛛网——这也是“蛛网模型”名字的由来。

观察你当前的系统会走向三种结果中的哪一种：①稳定（价格逐渐收拢到一个固定值）；②循环（价格一年高一年低，来回震荡）；③崩溃（价格要么冲到天上去，要么跌到零）。

试着改变需求曲线和供给曲线的“陡峭程度”（斜率），看看什么情况下出现另外的两种结果。

## 深度思考：

(1) 为什么同样是“价格决定产量、产量决定价格”这个循环，有时候经济会很稳定（比如一点点波动就自己回去了），有时候却会一年比一年震荡得更厉害，最后彻底崩溃？关键秘密藏在两条曲线的“斜率”里——具体来说，是供给曲线和需求曲线谁的“坡度更陡”。你能试着找出这个判断条件吗？（提示：如果供给曲线比需求曲线更陡，也就是农民对价格的反应特别敏感，会发生什么？反过来呢？）

(2) 在现实生活中，政府有时会通过“收储”（价格太低时国家收购）或“补贴”来干预市场。你觉得这些干预措施相当于改变了模型中的哪条曲线？

## 泛化能力：

蛛网模型的思想——“反馈循环导致不同结局”——远远超出了经济学，下面哪个类似于蛛网模型：

(1) 气候科学：冰盖融化导致地球反照率降低（更吸热），进一步加速融化——这是“崩溃型”的正反馈。

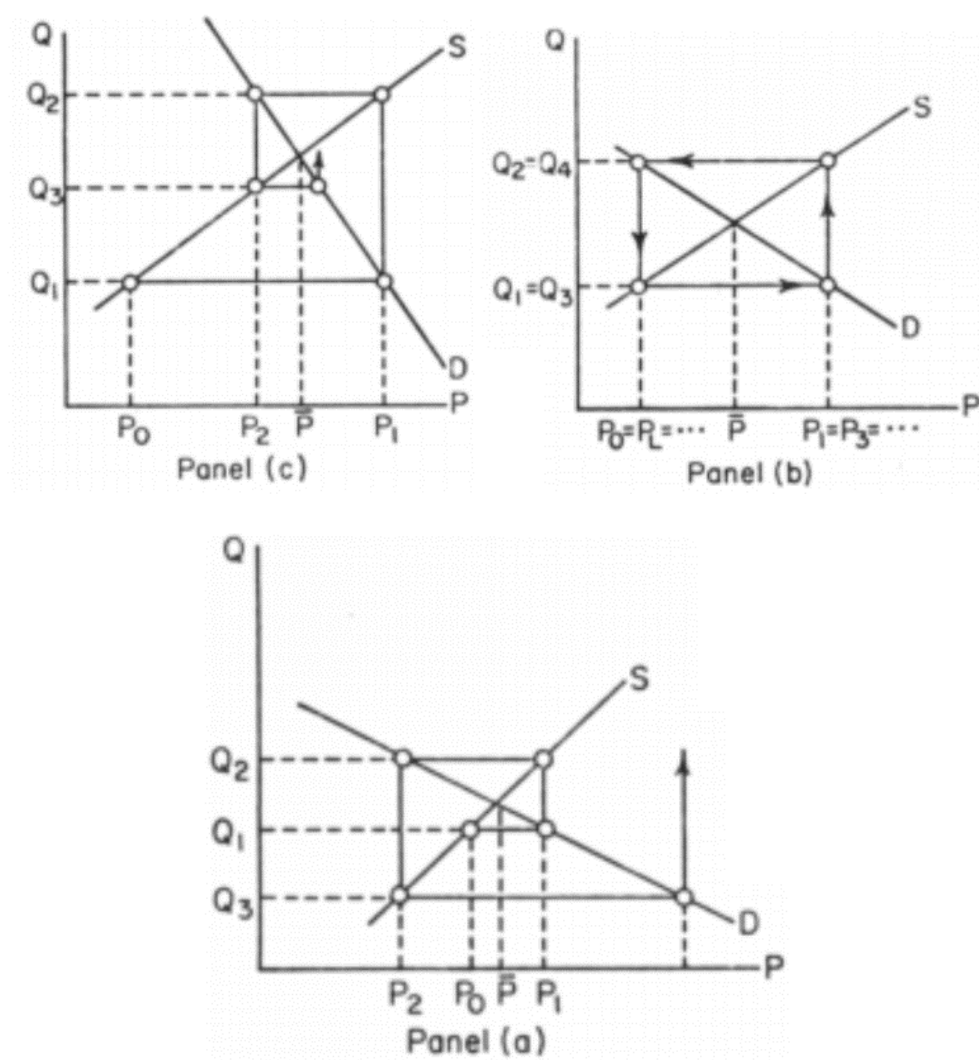
(2) 生态学：狐狸太多吃掉太多兔子，兔子少了狐狸就饿死，狐狸少了兔子又恢复——这是“循环型”的负反馈延时。

(3) 人体生理：血糖升高→胰岛素分泌→血糖下降→胰岛素减少→血糖可能又回升……如果这个调节系统出了问题（比如糖尿病），就会走向崩溃。

(4) 班级学习：一个同学因为某次考得好被表扬，更努力，下次考得更好——这是“增长型”的反馈；但如果他骄傲了，放松学习，下次考差——这是“稳定型”的反馈？还是“崩溃型”的反馈？

(5) 人际关系：两个同学之间的友好程度，往往取决于对方对自己的态度——你对我好，我就对你好；你对我冷淡，我也对你冷淡。这就形成了一个“相互影响”的循环。你能把这个关系抽象成一个蛛网模型吗？这个系统会走向稳定（成为好朋友）、循环（忽冷忽热）还是崩溃（彻底闹掰）？你觉得什么因素决定了最终的结局？

你能再举出一个生活中的例子，说明某种“循环因果”关系最终走向稳定、循环还是崩溃吗？



蛛网模型的三种结果示意图，（左上）震荡减少趋于稳定；（右上）陷入循环；（正下）震荡加大不稳定。图片来自于互联网。



## 题目 4：空调开太低，为啥反而更热？——目标与反馈的震荡

### 情景故事：

你肯定有过这样的经历：觉得房间太热，就把空调温度设到  $16^{\circ}\text{C}$ ，结果过了一会儿冷得受不了；于是把空调关了，过了一会儿又热得不行……就这样在“冷-热-冷-热”之间来回折腾。为什么空调不会自己稳定在舒适温度？

这个问题的答案要从“反馈控制”说起。最早的恒温器是“开关控制”——热了就开，冷了就关。结果就像往一杯热水里加冰水：加少了不管用，加多了又太冷。后来的智能空调用了更聪明的“比例控制”——根据当前温度和目标的差距，决定加多少冷气：离得远就多开点，离得近就少开点。这样就不会“用力过猛”，温度就能平滑地稳定在设定值。同样的道理，你开车时如果猛打方向盘，车就会左右摇摆；如果轻轻修正，车就会稳稳地开。这就是“反馈控制”的生活智慧。

### 核心挑战：

用一个容器（如 1000 毫升容积）的水温模拟房间温度，用不断加热水和冷水进行温度控制。你需要完成以下任务：

设置目标：目标是让水温稳定在  $50^{\circ}\text{C}$ （模拟舒适温度）。每 3 分钟测量一次水温，放掉多余的水，让容器中的水保持在 500 毫升。接着按下面的不同策略进行操作。

策略一：开关控制。水温低于  $49^{\circ}\text{C}$  时加少量热水（如 20ml），高于  $51^{\circ}\text{C}$  时加少量冷水（如 20 毫升）。

策略二：比例控制。根据当前水温与  $50^{\circ}\text{C}$  的差距决定加水量（差  $5^{\circ}\text{C}$  加 50 毫升，差  $1^{\circ}\text{C}$  加 10 毫升）。

策略三：过度反应。水温低于  $49^{\circ}\text{C}$  时加大量热水（如 200 毫升），高于  $51^{\circ}\text{C}$  时加大量冷水（如 200 毫升）。

比较三种策略。画出三条温度变化曲线，分析哪种策略最稳定、哪种最不稳定。

### 深度思考：

(1) 为什么反应太强烈（一热就猛加冷水）反而会让温度来回波动？“开关控制”的震荡和“过度反应”的震荡有什么不同？

(2) 恒温器（比如智能空调）是如何避免这种震荡的？它用了什么“聪明”的策略？（提示：比例控制、PID 控制等）

(3) 生活中有没有类似的“用力过猛反而来回摆动”的例子？（比如：开车时猛打方向盘、淋浴时调水温、和朋友吵架时说了过头话……）

(4) 如果比例控制中“加水量的比例”选得太大（比如差  $1^{\circ}\text{C}$  加 10 毫升），会发生什么？如果选得太小（比如差  $5^{\circ}\text{C}$  加 0.1 毫升），又会发生什么？

## 泛化能力：

这种“反馈控制”思想，在生活中有很多应用：

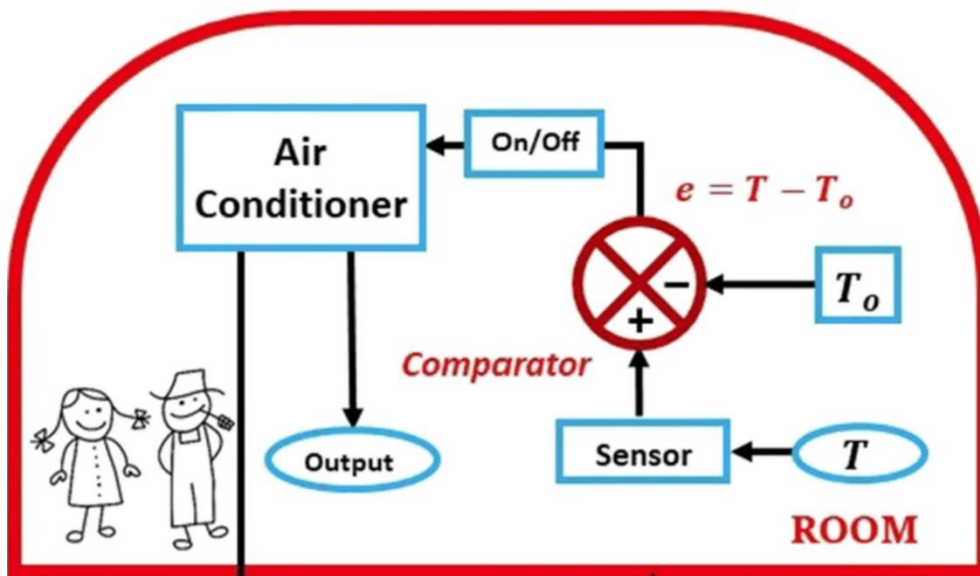
(1) 开车：老司机不会猛打方向盘，而是轻轻修正。新手为什么容易“画龙”（车走 S 形）？

(2) 淋浴调水温：你是猛拧水龙头来回调，还是轻轻微调？哪种方式更快找到舒适温度？

(3) 人际关系：和朋友发生矛盾时，是立刻激烈反驳（“猛加冷水”），还是冷静下来慢慢沟通（“比例控制”）？哪种方式更容易解决问题？

(4) 班级管理：班长管理班级时，是发现问题就严厉批评（“开关控制”），还是根据问题的严重程度采取不同力度的措施（“比例控制”）？哪种方式更有效？

(5) 如果你要设计一个自动浇花系统，怎么避免“旱死”和“涝死”来回跳？应该用什么控制策略？



空调设备制冷示意图, 通过比较室内温度的感知和设定温度的差异对空调的开关进行控制。图片来自互联网 <https://asktheman.xyz/>。

## 题目 5：夏天走马路，为啥深色沥青比浅色地砖烫脚？——城市热岛效应探秘

### 情景故事：

你有没有发现，夏天正午赤脚踩在深色沥青路上会被烫得跳起来，而踩在浅色水泥地上就好得多？这背后的原理并不复杂：深色吸收阳光多，浅色反射阳光多。

但更有趣的是，如果把整座城市的屋顶和路面都刷成深色，整座城市的温度会比郊区高出好几度——这就是“城市热岛效应”。科学家测量发现，草地和树荫下的温度比沥青路面低十几度，因为植物不仅遮挡阳光，还会通过“蒸腾作用”散发热量，就像植物在“出汗”。这一发现让城市设计师开始思考：与其把屋顶涂成白色，不如种上绿植，或者铺上太阳能光伏板——光伏板虽然也是深色，但能发电，而且遮挡了阳光直射屋顶。你会怎么选择？

### 核心挑战：

用温度计（或红外测温枪）测量不同地面的表面温度。你需要完成以下任务：

测量不同地面：在同一个时段（比如中午 12 点），测量深色沥青、浅色水泥、草地、水面、树荫下等不同地面的表面温度。每个地点测量多次取平均值。

记录全天变化：选择 2-3 种有代表性的地面（比如沥青和草地），从早到晚每隔 1-2 小时测量一次温度，画出“时间——温度”曲线。

比较升温降温速度：分析不同地面的升温速度和降温速度，尝试解释：为什么有的地面“吸热快、散热也快”，有的则“吸热慢、保温久”？

计算温差：计算不同地面之间的最大温差，看看什么地面最“凉快”，什么地面最“烫脚”。

### 深度思考：

（1）如果给深色路面刷一层白漆，中午能凉快多少？晚上会不会更冷？（提示：白色反射阳光，白天升温慢；但晚上也会更快散热，可能更冷。）

（2）草地的温度变化为什么和水泥地完全不同？（提示：草会“出汗”——蒸腾作用带走热量，而且草叶之间有空气层，隔热效果好。）

(3) 城市里到处都是深色路面和深色屋顶，这会不会让整个城市比郊区更热？为什么？

(4) 如果屋顶都铺上太阳能光伏发电板，对城市气温有什么影响？光伏板虽然也是深色，但它把一部分太阳能转化成了电能（而不是热量），而且遮挡了阳光直射屋顶。你觉得这是好是坏？和季节有关吗？

## 泛化能力：

这种测量方法能用来解决很多实际问题：

(1) 屋顶改造：如果要给学校屋顶做降温改造，你推荐刷白漆、种绿植、还是铺光伏板？为什么？需要考虑成本、效果、维护等因素。

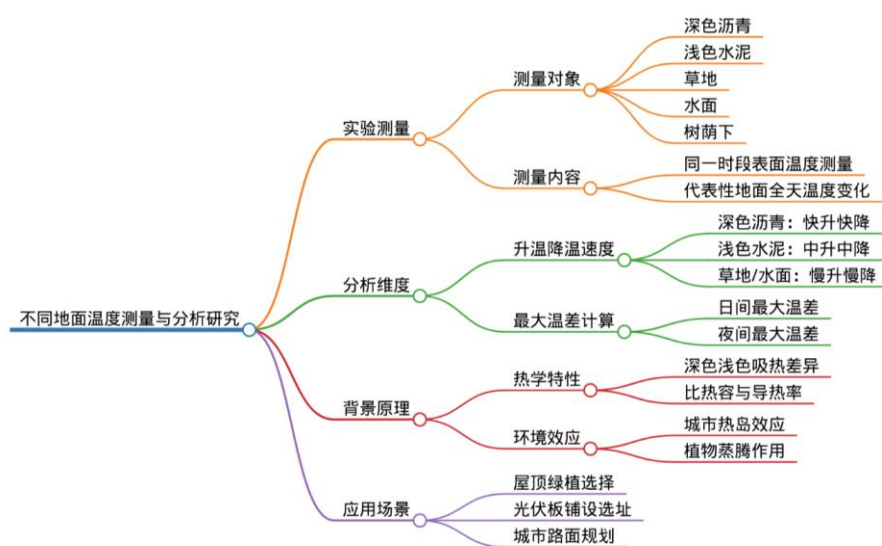
(2) 操场降温：学校操场是深色塑胶跑道，夏天很烫。你有什么办法让操场降温？（比如洒水、种树、换浅色材料？）

(3) 城市绿化：为什么很多城市提倡“屋顶绿化”和“垂直绿化”？除了美观，还有什么实际作用？

(4) 服装颜色：夏天穿深色衣服还是浅色衣服更凉快？如果你需要在户外长时间活动，应该穿什么颜色？

(5) 汽车颜色：夏天白色汽车比黑色汽车车内温度低还是高？这和路面颜色的原理一样吗？

你能设计一个实验，比较不同颜色屋顶模型的温度变化吗？（比如用不同颜色的纸板搭小房子，放在阳光下测量内部温度。）



情景与任务示意图（图片仅供参考，以文字为准）。图片由百度 AI 生成。

## 题目 6：物以类聚人以群分——个体的小小偏好会导致大尺度的位置隔离

### 情景故事：

你有没有注意到，班里的同学总是自然形成一些小团体？喜欢打篮球的经常混在一起，喜欢二次元的也爱扎堆聊天。这好像很自然，毕竟“物以类聚，人以群分”嘛。但你可能不知道的是，这种现象背后隐藏着一个深刻的社会学发现。

1971 年，美国经济学家托马斯·谢林(Thomas Crombie Schelling，他后来获得了诺贝尔奖)做了一个著名的计算机实验：他假设每个人都只希望身边有 30% 的邻居和自己同种族（也就是说，他们并不排斥其他种族，只是有一点小小的偏好），结果发现，整个城市最后竟然会分裂成界限清晰的聚居区！这个发现彻底改变了人们对种族隔离的理解——它可能不是源于极端的种族仇恨，而只是每个人微小偏好“涌现”出来的宏观结果。

今天，你可以和同学们一起，用身体来重现这个改变社会学的经典实验，然后可以用计算机模拟更大规模、更多种群的场景。

### 核心挑战：

找 10-49 个同学来模拟这个实验，每个人代表一个“居民”，用两种颜色的贴纸或帽子区分（比如红队和蓝队）。在教室地面画出一张二维的网格（或者用操场上的方砖），让每个同学随机站在一个格子里。你需要完成以下任务：

每个人只关注自己周围上下左右四个方向（或者包括斜角的八个方向）的邻居，计算一下其中和自己颜色相同的人占多大比例。

设定一个“满意度阈值/容忍度”（比如 40%），如果同色比例低于这个值，这个人就觉得“不舒服”，想要搬家到一个更满意的地方。

然后让所有不满意的人同时（或按顺序）移动到空位上，重复这个过程，直到没有人想再搬家为止。

观察最后形成的分布图案：是红蓝完全混合在一起，还是各自聚成了一块一块的“聚居区”？

如果你想进行更大规模的实验（比如几百、几千个居民）以及更多种群（比如红、蓝、黄、绿等多种颜色），可以用计算机来模拟（使用 Python、NetLogo、C、C++、Matlab 等编程语言；在适当的情况下，可

以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明)。甚至可以在三维空间（比如一个立方体网格）中做这个模拟，观察三维空间中的隔离模式与二维平面有什么不同。

## 深度思考：

（1）实验结果可能会让你惊讶：即使每个人只要求身边很少比例（如 30%以上）的邻居和自己同色（也就是说，他并不介意身边有六成多是别颜色的人），但最后整个群体却还是会分裂成非常明显的、边界清晰的聚居区。为什么“一点点偏好”会导致如此强烈的隔离结果？这是否意味着，表面上的“种族隔离”不一定是大家内心极端歧视造成的，而可能只是每个人做了微小偏好的选择之后，“不小心”涌现出来的宏观结果？

（2）如果改变“满意度阈值/容忍度”（比如调到 20%或 80%），最后的稳定图案会有什么不同？

（3）如果让每个人能看到更远的范围（比如周围 5 步之内），结果会更混合还是更隔离？

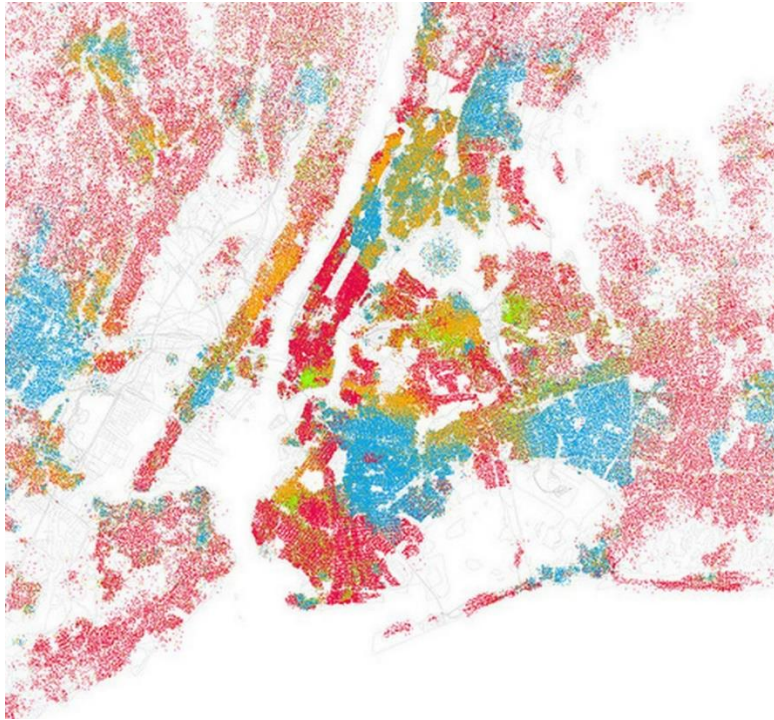
（4）如果希望打破这种“自动隔离”，可以从哪些方面入手？（比如强制混合居住、改变人们关注的“邻居”范围、提高“多样性有好处”的意识等）

## 泛化能力：

谢林模型的这套思路，已经被用来解释很多现实中的隔离现象，不只是种族，还包括：社区里富人区和穷人区的自然形成、网络上“信息茧房”（你只关注和自己观点相似的人，最后整个时间线全是同类声音）、办公室的座位选择（人们倾向于坐在同部门或聊得来的人旁边）等。

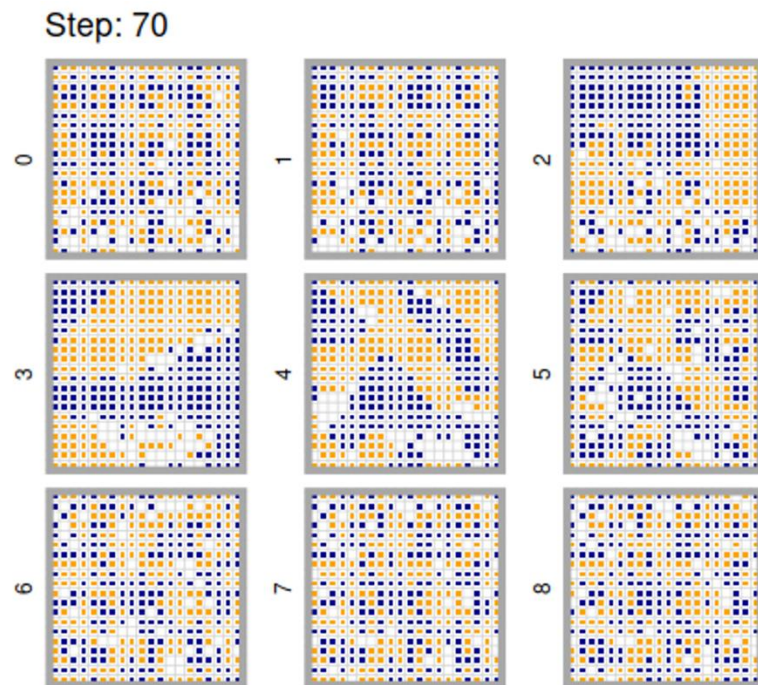
（1）你的学校班级里有没有类似的“小团体”现象？用这个模型能解释它是怎么形成的吗？

（2）如果你是一个班长，想要打破班级里的小团体，让大家更融合，你可以怎么做？



某一年美国纽约市种族分布情况。

图片来自于互联网 <https://zhuanlan.zhihu.com/p/19949886>



谢林模型在二维空间的一个模拟。图片来自于互联网  
<https://socialdynamicshub.github.io/agent-based-modeling/schelling.html>



## 题目 7：平底锅里的“蜂巢”——粥面为什么会自己画画？

### 情景故事：

1900 年，法国物理学家亨利·贝纳德（Henri Bénard）在做实验时发现了一个美丽而神秘的现象：他在一个玻璃碟子里倒了一层薄薄的液体，从底部均匀加热，当上下温差达到某个临界值时，液体表面竟然自发出现了规则排列的六边形蜂窝状花纹。这就像有一只看不见的手在液体表面画出了一幅整齐的画！

后来，普里高津（Ilya Prigogine，1977 年诺贝尔化学奖得主）用“耗散结构理论”解释了这一现象：当系统远离平衡态时，通过不断消耗外部能量（热），系统可以自发形成有序结构。这种“从无序中涌现有序”的现象，在气象学的云街、地质学的岩石节理中都能看到。大自然似乎在告诉我们：混乱中也能长出来秩序。

### 核心挑战：

用平底锅或浅盘做这个实验。你需要准备：一个干净的平底锅（或浅玻璃盘）、水（或淀粉糊/牛奶/蜂蜜）、热源（电磁炉或酒精灯）、少量粉末（可可粉或胡椒粉或铝粉，用于显示流动方向）。实验步骤如下（在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）：

在平底锅中倒入一层薄薄的液体（深约 0.5-1 厘米），静置让液面完全平静。在液面上均匀撒上一层极薄的粉末（可可粉或胡椒粉），作为“示踪粒子”。从底部缓慢、均匀地加热（用电炉或电磁炉低档加热）。你也可以用铝粉和蜂蜜做这个实验。

观察液面的变化：一开始粉末静止不动；当温度差达到某个临界值时，液面突然出现规则的六边形或条状的蜂窝花纹，粉末会随着液体流动聚集在六边形的边缘（上升区）或中心（下降区）。

用手机俯拍花纹从无到有的全过程。改变火力大小和液层厚度，观察花纹出现的时机、六边形的大小和排列的规整程度。

### 深度思考：

（1）为什么静止的液体加热到一定程度，会突然“动起来”并自动排列成规则的图案？能量从哪里来？

（2）为什么形成的图案常常是近似六边形的？大自然中还有哪些地方能见到这种“最省材料”的六边形排列？（提示：蜂巢、玄武岩柱、某些植物的细胞排列……）

(3) 如果把火开得很大，六边形花纹会变成什么样？是否进入了湍流状态（混乱、无规则的运动）？

(4) 这个实验中的“临界温差”和“六边形尺寸”与液体的哪些性质有关（比如黏度、表面张力、液体深度）？

### 泛化能力：

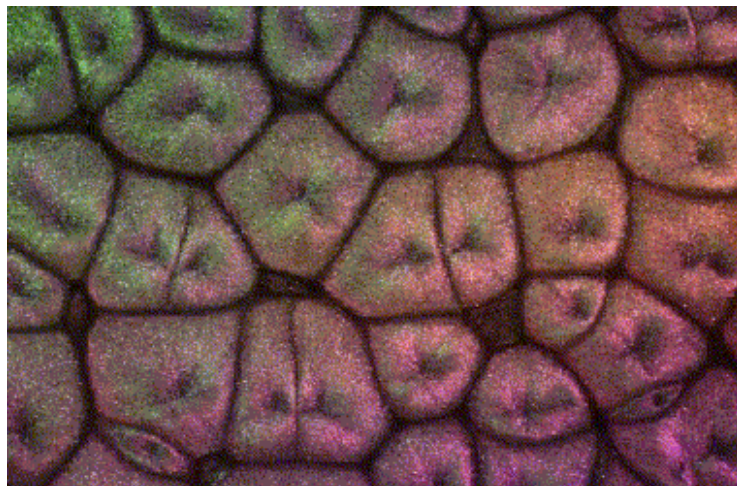
这种从稳定到斑图的转变，在自然界和生活中都有体现：

(1) 气象学：天空中有时会出现整齐排列的“云街”（云朵排成一行行），这是大气中的贝纳德对流。

(2) 地质学：北爱尔兰的“巨人堤道”有大量规则的六边形玄武岩石柱，是岩浆冷却过程中形成的对流斑图。

(3) 班级里的“自组织”：班级里有时不需要老师安排，同学们自己就会形成某种秩序（比如课间操的队形、打扫卫生的分工）。这和液体自发形成六边形图案有没有相似之处？都是“局部规则”产生“全局秩序”。

你能举出另一个自组织斑图的例子吗？ 工程师如何利用或抑制这种对流不稳定性？（例如：晶体生长、涂层干燥）



贝 纳 德 流 。 图 片 来 自 于 互 联 网  
<https://fyfluidynamics.com/tagged/rayleigh-benard-convection/>。

## 题目 8：越着急越做不好？——压力与表现的“倒 U 形”曲线

### 情景故事：

1908 年，心理学家耶克斯(Robert Yerkes)和多德森(John Dodson)发现了一个有趣的规律：压力和表现不是简单的正比或反比关系，而是一条倒 U 形曲线——压力太小的时候，人提不起劲，表现平平；压力适中的时候，人的表现达到巅峰；压力太大的时候，人又会因为焦虑和紧张而表现下滑。这就是著名的“耶克斯-多德森定律”。

更关键的是，不同任务的最佳压力点不同：简单任务（比如跑步）需要较高的压力才能激发最佳状态；而复杂任务（比如数学考试）在较低的压力下表现更好。这就是为什么老师会说“考前别太紧张”——太紧张了，连最简单的计算都可能出错。这也解释了为什么运动员在重大比赛前需要专门的“心理辅导”——帮他们把压力调整到最适合自己的那个“黄金点”。

### 核心挑战：

设计一个简单任务和一个复杂任务，让同学在不同“压力条件”下完成，测量表现。你需要完成以下任务：

设计任务：简单任务（比如 30 秒内用筷子夹豆子、30 秒内按顺序点击数字）；复杂任务（比如解一道需要多步推理的数学题、记忆一串随机数字并复述）。

设置压力条件：

无压力：告诉被试者“这只是随便玩玩，不计时也不记录，放松做就行”。

轻微压力：告诉被试者“我给你计时，但成绩不公开，你尽量快一点就好”。适当提醒“时间快到了”。

中等压力：告诉被试者“这是正式测试，要记录成绩，之后会和你的平时成绩比较”。计时器可见。

高压：告诉被试者“这是竞赛，成绩要贴在墙上公开排名，最后几名要表演节目”。全程倒计时，频繁提醒，并安排其他人在旁边观看。

收集数据：让多个同学参与（最好同一批人同一个要求完成所有压力条件，顺序随机打乱），记录每个压力条件下的表现成绩。

画图分析：画出“压力程度——任务表现”的关系图，看看是否存在一个“最佳压力点”，让表现最好。

### 深度思考：

（1）你的数据里，压力和表现是直线关系吗？还是先升后降的“倒U形”？简单任务和复杂任务的最佳压力点一样吗？

（2）这个规律背后可能的生理原因是什么？（提示：压力会让人分泌肾上腺素，适度提高兴奋度和注意力；但压力太大会分泌皮质醇，影响大脑前额叶的功能，降低认知能力。）

（3）不同的人，最佳压力点一样吗？为什么有些同学“大考大玩，小考小玩”，有些同学“平时很好，一考就砸”？

（4）这个定律对考试前的复习和心态调整有什么启发？

### 泛化能力：

耶克斯-多德森定律在生活中有很多应用：

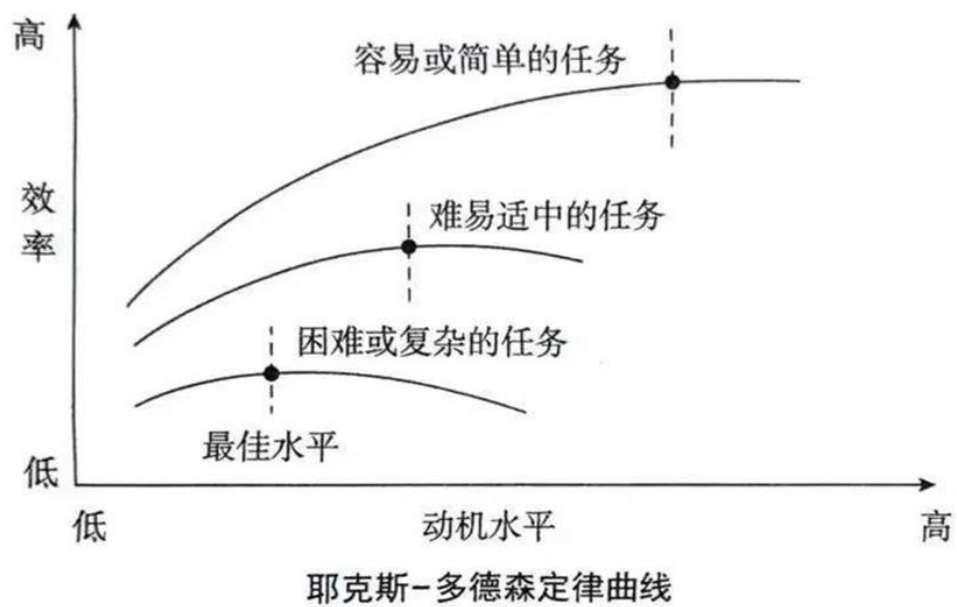
（1）体育比赛：教练如何帮助运动员在赛前调整到“最佳压力点”？

（2）考试准备：如果你是老师，如何设计一场让学生既重视又不至于崩溃的考试？（比如：平时小测验可以压力大一点，大考前要帮学生减压？）

（3）演讲和表演：为什么很多人平时练习很好，一上台就紧张出错？怎么调整？

（4）班级活动：组织班级活动时，如何让参与的同学既有积极性又不至于压力太大？

你能给自己设计一个“压力调节方案”吗？比如：在重要考试前，如何找到自己的“黄金压力点”？



压力与表现的“倒U形”曲线。图片来自互联网  
[https://www.sohu.com/a/966404222\\_121106842](https://www.sohu.com/a/966404222_121106842).

## 题目 9：复习时如何分配时间和精力？——基于“知识之碗”的系统优化策略

### 情景故事：

你肯定有过这样的经历：考试前拼命复习，但过了一个暑假，上学期学的东西几乎全忘光了，尤其是那些依赖于基础知识的难题——比如你忘了乘法口诀，那分数运算肯定也做不出来。这就像搭积木：底层的积木倒了，上面积木再漂亮也会跟着掉。

北京师范大学教授陈清华把这个现象叫做“知识之碗模型”——他把大脑比作一倒扣着的碗，知识块是倒着逐级粘在里面的，基础的沙子（知识）滑落了，附着在上面的沙子（知识）也会滑落。这是一个可以让中小学生能懂会用的学习模型，揭示了学习的基本规律，可以帮助我们讨论很多关于学习、遗忘、复习等方面的问题。例如，如何进行优化复习：如果你时间有限，是应该先复习基础知识，还是多复习高级知识？是应该每天都复习一点点，还是考前突击？这个模型告诉我们，复习策略的不同，可能导致最终“记住的知识总量”相差好几倍。今天，你可以用模拟来找到那个最优的复习方案。

### 核心挑战：

你的任务是：先用纸和笔熟悉了解知识之碗模型的基本原理，然后用计算机编程（Python、C、C++、Matlab 等任何你熟悉的语言；在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）进行模拟。具体步骤如下：

设计知识结构：确定当前知识的掌握情况，设定知识有几层（比如基础知识为第 1 层，中级知识为第 2 层，高级知识为第 3 层），知识块的重量（可以先简化为一样的重量）以及各层知识块之间的连接强度（初始时各个连接强度都要比维系粘在一起的需要多一点，这样大脑与基础知识的连接强度会比较大一些，因为要维系住基础知识以及粘连在其上的更高级知识那些积木块）。

设定遗忘过程：每过单位时间，连接强度会按一定方式衰减（可以按比例衰减，比如衰减 5%；也可以按固定值衰减，比如每次减少 0.1）。当某个连接强度低于某个阈值时，上层的知识块就会“脱落”（忘记）。

设定复习效果：复习可以增加被复习到的知识块之间的连接强度（比如每次复习增加 0.2）。不同知识块可以分配不同的复习次数（受限于总复习时间）。

模拟运行：按时间顺序逐步运行。每单位时间后，先衰减各个连接的连接强度，再根据复习情况增加连接强度，然后判断哪些地方的连接不足以维系所需要吸住的知识块而脱落（由下而上检查连接强度，先从对高级知识的粘连开始，逐层到大脑对于基础知识的粘连）。

比较不同策略：尝试不同的复习策略（比如天天复习所有知识、只复习基础知识、只复习容易忘的、按固定间隔复习、考前突击复习等），记录一段时间后剩余的知识块数量和结构，找出“花最少的复习时间，保住最多的知识”的最优策略。

## 深度思考：

（1）在这个模型里，基础知识和高级知识是“粘”在一起的。如果你只花时间复习高级知识，却不管基础的那个，会发生什么？（提示：基础的掉了，上面粘着的再牢固也会跟着掉——是不是白复习了？）

（2）反过来，如果你只复习基础知识，高级知识完全不碰，虽然基础很稳，但上面的高级知识会不会因为“太久没用”（粘连自然减弱）而慢慢滑落？这说明复习的时候，基础和非基础知识的“搭配比例”非常关键。

（3）你觉得是应该“多复习基础、少复习高级”，还是“基础高级各一半”，还是“基础少、高级多”？为什么？

（4）只有纵向连接以及加了横向连接会有什么不同？有没有可能学得更多、复习起来更轻松？

## 泛化能力：

这个“基础不牢，上面全倒”的思想，远远不只是用在背书上：

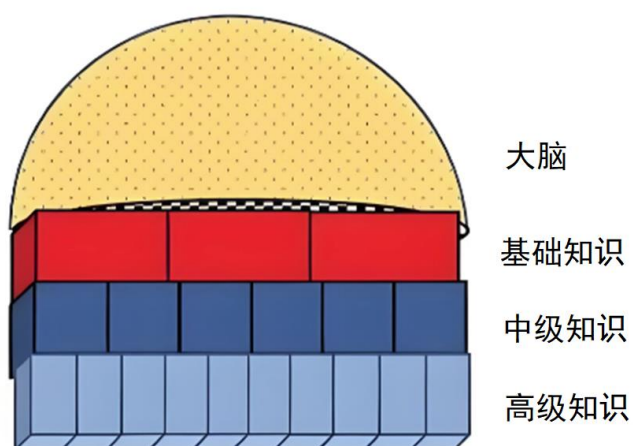
（1）建房子：地基（基础知识）不牢固，上面的楼层（高级知识）再漂亮也会塌。

（2）数学学习：如果你加减法都不熟练（基础掉了），那学分数、解方程的时候肯定一头雾水（高级跟着掉）。英语学习：如果你基础单词都忘了（基础掉了），那阅读理解和作文（高级技能）也会变得非常吃力。你能举出其他学科的例子吗？比如语文、物理、化学等学科中，哪些是“基础知识”，哪些是依赖它们的“高级知识”？

（3）集体维护：维护一个集体（如班级、家庭）的和谐氛围，也需要先稳固“基础”——比如相互尊重、信任、沟通规则。如果这些基础出了问题，上面再多的活动、再好的制度也可能崩塌。在维护班级和谐

方面，你认为哪些是“基础知识”？应该怎样“复习”它们？

你能举一个自己学习或生活中的例子，说明“基础的东西丢了，上面依赖它的东西也跟着完蛋”吗？



知识之碗模型。下面各色的积木块表示不同层级的基础，能粘在最上面的大脑中的是基础性的知识。越下方的知识等级越高，需要在更基础的知识掌握后才能掌握。图片由陈清华提供。



## 题目 10：量不完的海岸线与花椰菜——尺子越短，长度越长？

### 情景故事：

1967 年，数学家本华·曼德博（Benoit Mandelbrot）在《科学》杂志上发表了一篇标题奇怪的论文：《英国的海岸线有多长？》。他的答案是：取决于你用什么尺子量！

如果用 100 公里的“粗尺”沿着海岸线比划，测出的长度大约是 2800 公里；如果改用 10 公里的“细尺”沿着每一个海湾、每一个岬角仔细量，长度就会增加到约 3400 公里；如果尺子越来越小，测出的长度会越来越大！曼德博把这种“局部和整体相似”的几何形状叫做“分形”。花椰菜、雪花、闪电、血管网络、甚至山脉的形状，都遵循这种“自相似”的分形规律。这一发现彻底改变了我们看待自然的方式——复杂的大自然，原来可以用简单的数学规则生成。

### 核心挑战：

选择一段弯曲的自然岸线或一颗花椰菜（或西兰花）作为研究对象。你可以使用 Python、Matlab、C、C++ 等编程语言辅助计算（在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）。你需要完成以下任务：

**测量海岸线：**找到一张清晰的海岸线卫星照片，放大打印出来，在不同缩放比例下（即用不同长度的“尺子”）沿着海岸线测量长度。跨度从大到小（比如在图上用 10 厘米、5 厘米、2 厘米、1 厘米、0.5 厘米的尺子去量），然后按比例尺换算，记录每个跨度对应的总长度。尺子越小，测量结果越精细。

**测量花椰菜：**找到一张高清的花椰菜（或西兰花）照片，在不同缩放比例下来测量估计其表面积（比如用不同大小的方格网去覆盖花椰菜表面，统计覆盖所需的方格数量）。观察随着方格变小，测得的面积如何变化。

**画图分析：**记录“尺子长短”与“测得总长（或总面积）”的对应关系，画在双对数坐标纸上。如果数据点能连成一条斜线，那么你就发现了分形的数学特征——计算这条线的斜率，就能知道它有多“曲折”（这个斜率与分形维数有关）。

**观察自相似性：**在花椰菜的高清照片中，放大局部区域，观察小花

球是否和整个花椰菜的形态相似。你可以在不同缩放层级上截取局部图进行对比。

## 深度思考：

(1) 为什么用越精细的尺子（或在越高分辨率的照片下），测量结果越大？这个增长有极限吗？如果用分子大小的尺子去量海岸线，会发生什么？

(2) 花椰菜、雪花、闪电、血管网络，它们的复杂形态为什么都能用简单的分形规则生成？这给你什么启示？（提示：大自然可能用简单的重复规则，就能生成复杂的结构。）

(3) 在我们的生活中，还有哪些“自相似”的例子？比如一棵树的树枝和整棵树的结构、一片雪花的分支形状、你手上的指纹？

(4) 理解分形，如何改变了我们对“测量”本身的看法？你觉得“海岸线的真实长度”存在吗？

## 泛化能力：

分形几何已被用于很多实际领域：

(1) 医学：估算肺膜的面积（肺部的支气管分支结构是典型的分形）。

(2) 通讯：分形天线可以在很小的空间内接收很宽频段的信号（因为分形结构可以“折叠”出很长的有效长度）。

(3) 电影特效：用分形算法生成逼真的山脉、云彩、火焰等自然景观。

(4) 烹饪中的分形：黄瓜是拍碎还是切片更入味？拍碎的黄瓜表面会产生更多不规则的裂缝和凹凸，这些分形结构大大增加了接触调料的表面积，因此更容易入味。这是分形思想在生活中的一个有趣应用！

(5) 艺术设计：你可以自己去调查和收集材料，看看哪些艺术作品、建筑装饰、图案设计中运用了分形几何的思想（比如伊斯兰几何图案、某些现代建筑的外观设计等）。

你能想到如何用分形思想设计一个更吸音的剧场墙壁吗？（提示：分形结构的表面可以有非常大的实际面积，吸收更多声波。）



英国的海岸线，用不同的尺子去量结果不同。图片来自于互联网  
<https://www.bilibili.com/video/av10830396/>。

## 题目 11：家族中的“关键人物”是谁？——三种力量大比拼

### 情景故事：

你有没有想过，在你庞大的亲戚网络中，谁才是真正的“关键人物”？也许不是你想象中辈分最高的老爷爷，也不是最有钱的那个。

2016 年，一群社会学家分析了某家族的通信记录，发现了一个有趣的现象：家族里的“信息中枢”往往是一个平时不怎么说话的中年妇女——她不是最会社交的，但所有亲戚闹矛盾都找她调解，所有家族活动的通知都通过她传递。如果她突然退出群聊，整个家族的信息网络就会瘫痪一大半。

这说明了什么？在一个网络中，“重要”其实有很多种体现：有的人朋友最多（直接影响力），有的人能快速连接到所有人（全局传播力），有的人是信息扩散中的关键中介，他/她是连接不同小团体的“桥梁”，拥有对于信息传递的控制力量。今天，你可以用自己家的亲戚网络来做这个分析，看看你家谁是那个“隐藏的关键人物”。

### 核心挑战：

构建自己家族（或亲戚网络）的关系网络，人数不少于 20 人，关系连线不少于 30 条。连线可以基于不同的“权重”标准，例如：血缘关系（亲兄弟姐妹连一条粗线，表兄妹连一条细线）、联系紧密程度（每周都打电话的连粗线，过年才见一面的连细线）、或者信息传递的顺畅度（有事第一个找谁商量）。

然后在这个网络上，分别计算：

**直接影响力**（即与多少个人直接相连，也就是度数）：谁认识的人最多，网络科学中有一个词——度（degree）。度越大的人，直接影响力越大。

**全局传播能力**：这个人在家族中也有重要的位置，他/她到所有人的距离的和要比其他任何人到所有人距离的和短，网络科学中也有一个专门的词——接近中心性（Closeness）。接近中心性越大，这个节点越有能力快速将信息传到整个家族中的所有人。如果家族里发生了重要的事情需要通知所有人，让这个人通知比较合适。

**信息传递控制力**：网络上任意两个点要沟通消息需要通过网络上的最短连边，有的人会经常出现在这个最短路径上，而有的人会比较少出

现。出现的次数就可以很好地表达这个节点在网络信息传播中的重要作用，网络科学里面称为这个节点的介数（betweenness）。介数越小，整个网络信息传递中这个人的传递重要性越大。

最后找出在这三个指标上得分最高的人。他们是同一个人吗？

如果你想进行更大规模的网络分析，可以用计算机来模拟（使用Python、NetLogo、C、C++等编程语言；在适当的情况下，可以使用大AI工具提供帮助，但要进行必要的说明）。你可以找一个公开的人际关系网络数据集（不少于100个节点，比如社交网络数据、科研合作网络数据等），在这个网络上重复上述三种中心度的计算，观察在更大规模的网络中，三种“重要人物”是否一致，以及它们各自在网络中扮演什么角色。

### 深度思考：

（1）直接影响力最大的人（比如家族里兄弟姐妹最多的人）、全局传播力最大的人（比如虽然自己兄弟姐妹不多，但他能几步辐射到很多人）、以及信息传递控制力最强的人（比如家族里谁闹矛盾了都是找他传话调解），这三个人是同一个人吗？如果不是，他们各自有什么不同的特点？

（2）你觉得在一个家族中，哪种“影响力”对维持家族凝聚力更重要？

自己设定不同的网络，看看什么情况下哪些重要性是同一个人，网络具有什么特点？

### 泛化能力：

这种“从不同角度衡量节点重要性”的思路，不仅适用于家族网络，也适用于很多现实场景：

（1）在一个微信群里，发消息最多的人、被@最多的人、以及把不同小群连接起来的人，谁的离开对群的影响最大？

（2）如果你是一个新班级的班长，想快速熟悉全班同学并建立沟通渠道，你会先去认识哪种类型的同学？（是朋友最多的“社交中心”，还是连接不同圈子的“桥梁”？）

（3）在传染病传播中，“超级传播者”往往属于哪种类型？

（4）你能想到自己班级中，这三种人是谁？他们适合帮助你做什么事情？



一个社会关系网络的示意图，图片来自于互联网  
<https://www.163.com/dy/article/FNASK3KS0511D05M.html>。

## 题目 12:如何制造一个小世界? ——如何让朋友圈既“抱团”又“通达”

### 情景故事:

1967 年,哈佛大学心理学家斯坦利·米尔格拉姆做了一个著名的实验:他随机选了 Omaha 市的几百个人,让他们寄一封信给波士顿的一个股票经纪人。规则是:你只能把信寄给你认识的、并且有可能认识目标的人。结果发现,这些信平均只经过了 6 个人就到达了目标——这就是著名的“六度分隔”理论。这个发现震惊了世界:我们以为人和人之间隔得很远,但实际上任何人之间最多只隔着 6 层朋友关系!

在传统的图论研究中,科学家主要关注两类网络:一类是“规则网络”(比如每个人只与邻居相连,你的朋友彼此也大都是朋友——很“抱团”,但传一句话要经过很多人——不“通达”),另一类是“随机网络”(大家随机交朋友,传话很快——很“通达”,但你的朋友彼此之间很可能不认识——不“抱团”)。然而,后来的“小世界网络模型”发现,真实世界中的许多网络(如社交网络)既不是完全规则也不是完全随机,而是介于两者之间——它们既“抱团”(你的朋友彼此也常常是朋友),又“通达”(任何两个人之间只需要通过很少的几步就能联系上)。但问题是:这种“小世界”网络是怎么形成的?从什么样的“起点”更容易制造出小世界?今天,你可以用计算机模拟来探索这个问题。

### 核心挑战:

在计算机上(可以用 NetLogo、Python、C、C++等编程语言;在适当的情况下,可以使用 AI 工具提供帮助,但要进行必要的说明)进行实验。

从规则网络出发:先构建一个“规则网络”——比如让每个人只与左右相邻的各  $K$  个人成为朋友(形成一个环形网络)。这样的网络很“抱团”(你的朋友彼此也多是朋友),但传话需要很多步(不“通达”)。然后,以一定的概率  $p$  随机“断掉”一些边并“重连”到远处的陌生人(或者直接添加一些“长程连接”)。观察随着  $p$  从 0 增加到 1,“抱团程度”和“通达程度”(传话需要几步)如何变化。你会发现存在一个神奇的区域:“抱团程度”下降不多,但“通达程度”已经变得很好——这就是所谓的“小世界网络”。

从随机网络出发:反过来试一试:从一个完全“随机网络”开始(大家随机交朋友,不“抱团”),然后逐步增加一些“近邻边”(让原本不

相邻的人变成邻居)，看看能否也得到既“抱团”又“通达”的小世界网络。

比较两种路径：对比从规则网络“随机化”和从随机网络“规则化”两条路径，看看他们的抱团性和通达性如何变化？

### 深度思考：

(1) 为什么从规则网络开始“随机化”和随机网络开始“规则化”结果不一样？

(2) 在断边重连的过程中，如果重连的概率太小 ( $p$  接近 0) 或太大 ( $p$  接近 1)，分别会得到什么类型的网络？是“只抱团不通达”还是“只通达不抱团”？

(3) 现实中的社交网络（比如你的班级朋友圈）最初更像规则网络还是随机网络的起点？它现在比最初更加像“小世界”吗？

### 泛化能力：

日常生活中，很多网络的演化也受到“起点”的深刻影响：

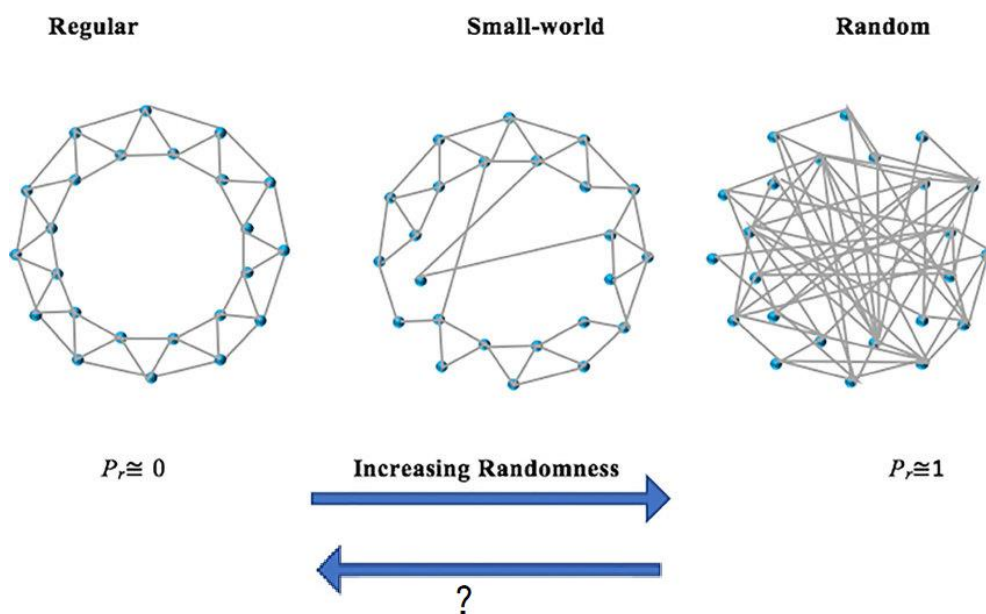
(1) 班级建设：一个班级刚组建时，如果班主任先按座位安排同桌（规则网络的起点），然后同学们慢慢通过兴趣小组认识其他班的人（随机重连），这个班级就容易形成既“抱团”又“通达”的小世界结构吗？反过来，如果一开始就是大乱炖式的随机交友（随机网络起点）呢？

(2) 朋友圈形成：一种有趣的小世界生成方式是“朋友介绍朋友”——你通过一个朋友认识了另一个新朋友，而这两个朋友之间可能原本并不认识。这样一来，你既增加了自己的社交圈（更“通达”），又可能让新认识的朋友与你原来的朋友逐渐熟悉起来（更“抱团”）。这种“介绍机制”是不是很像规则网络中添加少量随机连接的过程？

(3) 科研合作网络：两位科学家可能因为参加了同一个学术会议而认识（随机连接），也可能因为同一个导师的介绍而合作（规则网络的扩展）。这种混合机制似乎能形成了既“抱团”又“通达”的科研合作小世界，你可以找数据验证一下科研合作网是否具有小世界特征。

你能想到其他例子吗？这个模型对城市交通规划、社交媒体运营、甚至病毒传播防控有什么启示？





构造小世界网络的示意图。左边为规则网，右边为随机网，通过一定概率的短边重连可以得到中间的小世界网络。图片来自于互联网。

## 题目 13：鸟群如何跳出壮观的舞蹈？——三条简单规则造就的群体默契

### 情景故事：

1986 年，计算机图形学家 Craig Reynolds 接到了一个任务：如何在电影中逼真地模拟鸟群飞行？此前的做法是手动给每只鸟设定飞行路径，但这对于成千上万只鸟来说几乎不可能。Reynolds 观察了真实的鸟群后，提出了一个天才的解决方案：不给每只鸟设定全局路线，而是给每只鸟设定三条简单的局部规则——①分离（别撞上身边的同伴）、②对齐（跟着身边同伴的方向飞）、③靠近（往同伴聚集的地方靠拢）。他发现，只靠这三条规则，成千上万的“虚拟鸟”（他称之为 Boids）就能自发形成壮观而逼真的群体队形。

这一发现后来被用在了《蝙蝠侠归来》的蝙蝠群和企鹅群动画中。今天，这三条规则还被用于无人机编队表演、机器人集群控制，甚至在校园运动会散场的人流疏导中也有应用。

### 核心挑战：

实现经典的集群运动计算机模型（Boids 模型，包含分离、对齐、靠近三条简单规则）。你可以使用 Python、NetLogo、C、C++、Matlab 等编程语言（在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）。你需要完成以下任务：

让一群“虚拟鸟”只遵循分离、对齐、靠近三条规则，观察群体队形的自发形成。

改变三条规则的顺序和其中的具体参数、个体的感知范围（每只鸟能看到多远的同伴），记录群体的整齐程度和疏密分布。

模拟有“危险”（比如一只老鹰）靠近时群体的反应。你需要设定鸟看到老鹰进入多远距离后的行动规则（比如当老鹰进入某只鸟的感知范围时，该鸟迅速加快速度向远离老鹰的方向躲避），观察“信息”是如何在群体中由前向后传递的（比如前面的鸟看到危险后转向，后面的鸟也跟着转向）。

### 深度思考：

（1）只用三条简单规则，为什么能产生如此丰富的集群形态？“局部感知”与“全局有序”之间如何建立联系？每只鸟只知道自己附近的情况，为什么整个鸟群能形成整齐的队形？

(2) 在集群中加入少数“知情个体”(比如知道食物在哪里或知道危险来自哪里的鸟), 能否引导整个群体? 这让你想到了什么(比如班级里的“领头羊”或导游)?

(3) 如果改变三条规则中的参数(比如把“分离”的临界值调得很低或者很高), 群体可能会变成什么样? 会不会出现“鸟群散开”“挤成一团”或者“排成直线”的情况?

## 泛化能力:

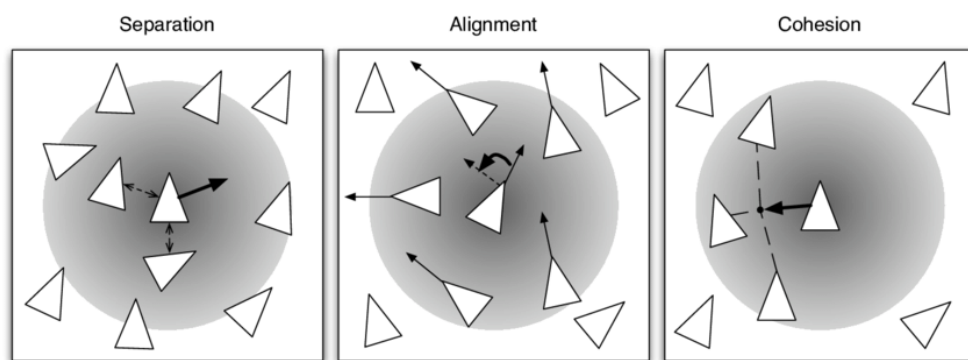
Boids 模型思想在计算机动画、机器人集群控制中已有广泛应用。这种“局部规则产生全局秩序”的思路, 也能解释很多生活中的现象:

(1) 班级排队做操: 如果每个同学只注意和前后左右的同学保持距离(分离)、对齐方向、靠近整体队伍, 不需要老师喊口令, 队伍也能保持整齐。这和鸟群规则是不是很像?

(2) 无人机表演: 几百架无人机编队表演时, 如果由中央电脑给每架无人机下达指令, 计算量巨大且容易出错。但如果每架无人机只根据周围几架的位置调整自己, 就能自发形成整齐队形——这正是 Boids 模型的应用。

(3) 班级小组合作: 一个高效的小组, 成员之间是不是也遵循类似的规则? 比如“别互相干扰(分离)”“目标一致(对齐)”“互相帮助(靠近)”?

你能想到生活中还有哪些“局部规则产生全局秩序”的例子吗?



Boid 模型中的三条基本规则, 从左到右分别是分离、对齐、靠近。图片来自于互联网

## 题目 14：从有序到混沌的阶梯——Logistic 映射的倍周期分岔

### 情景故事：

1970 年代，一位叫罗伯特·梅（Robert May）的生态学家在研究昆虫种群数量变化时，遇到了一个令他困惑的问题：为什么有些昆虫的数量会稳定在某个水平，有些会一年多一年少地交替变化，而有些则会毫无规律地暴发和崩溃？他尝试用一个极其简单的方程来描述种群增长，这就是 Logistic 映射。

他发现，只是改变方程里的一个参数（增长率），这个模型就能产生从“稳定”到“周期 2”到“周期 4”到“周期 8”……最后到“混沌”的完整序列。这个发现震惊了整个科学界：一个连初中生都能写出来的简单方程，竟然隐藏着从有序走向无序的普适规律！

后来人们在水龙头滴水、心脏跳动、甚至经济波动中都发现了同样的“倍周期分岔”现象。今天，你也可以用这个方程，亲眼见证“秩序是如何一步步走向混沌的”。

### 核心挑战：

用计算机编程（Python、C、C++、Matlab 等任何你熟悉的语言；在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）实现 Logistic 映射方程： $x_{n+1} = \lambda x_n (1 - x_n)$ ，其中  $x$  代表种群数量（经过标准化，介于 0 到 1 之间）， $\lambda$  是增长率参数（介于 0 到 4 之间）。你从一个初始值开始（比如  $x_0=0.5$ ），不断迭代这个方程。你需要完成以下任务：

让参数  $\lambda$  从 2.5 开始，每次增加 0.01 或 0.1，一直增加到  $\lambda=4.0$ 。

对每个  $\lambda$  值，先迭代几百步让系统稳定下来（舍弃前面的数据），然后记录接下来几百步的  $x$  值。

最后描点画出“ $\lambda$  值—— $x$  稳态值”的关系图（这叫做分岔图）。

观察你画出的图形：一开始只有一个分支（稳定在某个值），然后突然分成两个（一年大一年小），接着分成四个、八个、十六个……最后变成一团乱麻——这就是“倍周期分岔走向混沌”的经典画面。

### 深度思考：

（1）为什么一个看似简单的方程，只是把  $\lambda$  从 2.5 慢慢调到 4，就

能从“稳定在一个数”变成“在 2 个数之间跳来跳去”，再变成“在 4 个、8 个、16 个数之间循环”，最后变成“完全随机一样乱跳”？这个“倍周期分岔”的节奏有什么规律吗？

(2) 当  $\lambda$  等于 4.0 时，系统看起来完全是随机的，但它真的是随机的吗？如果两次迭代的初始值只相差 0.0000001，会发生什么？

(3) 在混沌区域中，你可能会发现一些“窗口”——比如在  $\lambda \approx 3.83$  附近，系统会突然从混沌变回周期 3，然后又开始新的倍周期分岔（周期 3→周期 6→周期 12……），最后再次进入混沌。这种“混沌中的秩序”说明了什么？你能在自己的分岔图中找到这个周期 3 窗口吗？

## 泛化能力：

Logistic 映射是混沌理论的“入门课”，它揭示了“秩序如何一步步走向混沌”的普遍规律。这种“倍周期分岔”现象在自然界中经常能看到：

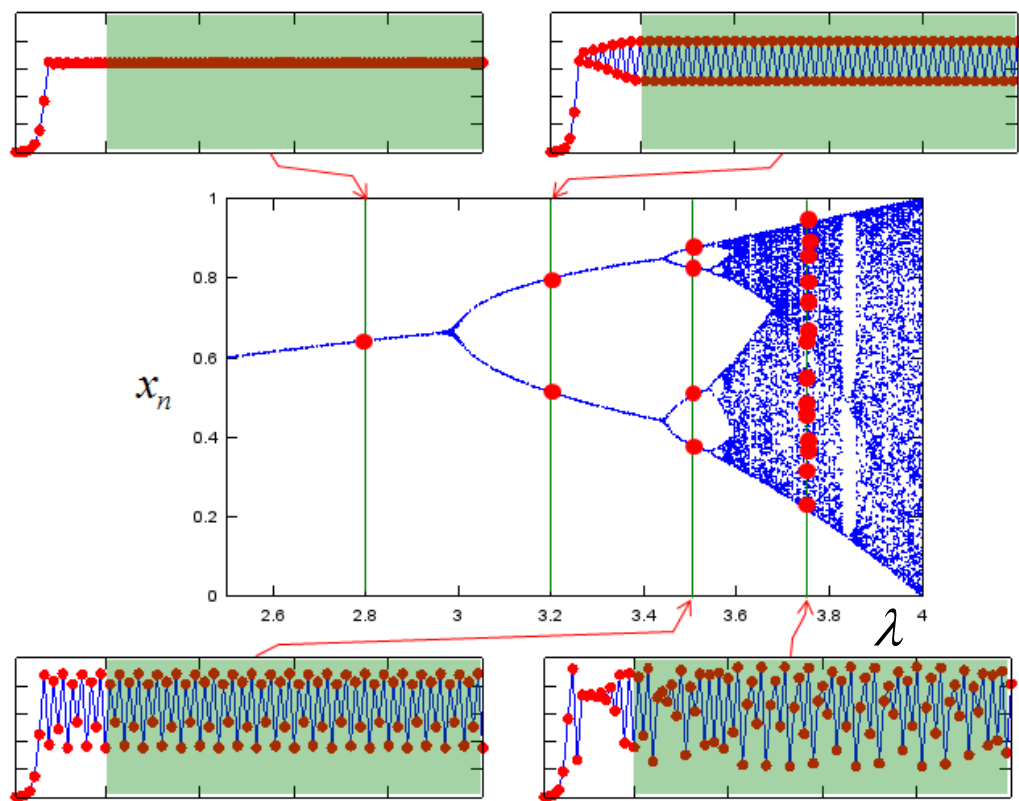
(1) 水滴龙头：水流速度慢的时候，水滴很有规律（稳定）；加快一点，就会变成“大滴小滴交替”（周期 2）；再加快，就会变成“四种不同大小的水滴循环”（周期 4）；最后变成完全乱滴（混沌）。自己做实验看看，能发现这个现象吗？

(2) 心脏节律：某些心律失常表现为心跳节律从正常变到“二联律”（两个一组）、再到“三联律”，最后变成纤颤（混沌）。

(3) 学习状态：你的学习状态是否也有这样的变化？从每天都很稳定，到“好一天差一天”，再到“好几天差几天”，最后完全摸不着规律？

(4) 班级纪律：一个班级从“每个人都安安静静”（稳定），到“偶尔有人说小话”（小幅波动），到“几个角落都在说话”（周期？），最后到“完全失控”（混沌）。这个过程是否也像倍周期分岔？如果要想稳定在好的环境，应该怎么做？

(5) 你能举出一个生活中的例子，描述它从“有序”走向“混沌”的过程吗？



Logistic 迭代分岔情况图。横轴为参数  $\lambda$ ，表示系统状态决定于  $\lambda$ 。

图片来自于互联网

[https://www.sharetechnote.com/html/Handbook\\_EngMath\\_Chaos\\_LogisticEq.html](https://www.sharetechnote.com/html/Handbook_EngMath_Chaos_LogisticEq.html)。

## 题目 15：揉面里的混沌哲学——为何拉长折叠往往比搅拌更高效？

### 情景故事：

想把一小撮盐均匀揉进一大团面里，老师傅不会乱揉一通，而是反复将面团拉长、折叠、再拉长。这个看似简单的动作，在数学上被称为“面包师变换”。为什么它如此高效？原来是这样的：每拉伸一次，原来紧挨着的盐粒就会被拉开；再折叠一次，它们就可能出现在完全不同的区域；几次之后，当初的“邻居”早已天各一方，盐粒均匀分布在整個面团中。

你可以想象一下：如果你和同桌在操场上开始站得很近，但随着被反复“拉伸”和“折叠”，几次之后你们可能就被分散到操场的各个角落，再也找不到对方了。这就是混沌混合的威力——不需要搅拌器，只靠简单的拉伸和折叠就能让东西混合得极其均匀。同样的道理，你冲咖啡时如果用勺子沿着一个方向搅，效果就不如“上下翻动+旋转”来得快。

### 核心挑战：

#### 第一部分：真人实验

召集几十位同学站成两排，拉伸时前后排错位组合成一长排，折叠时将这一长排一分为二，左边不变，右边（左右完全颠倒后）站到左边的前面，形成两排。记录每个人的位置，统计你所关注的两个人的距离差异。

#### 第二部分：动手实验

用两种颜色的橡皮泥或面团（如原色和加了酱油/食用色素的）来模拟盐粒在面团中的运动。实验步骤如下（在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）：

将两种颜色的橡皮泥叠在一起（比如白色和红色），形成泾渭分明的两块。反复进行“拉长”和“折叠”操作：把橡皮泥搓成长条（拉长），然后对折（折叠），再拉长，再对折……重复多次。观察两种颜色是如何从泾渭分明到相互交错，最终形成细密的大理石花纹的。尝试追踪一小块标记过的色点（比如在红色区域中夹一小块蓝色），看它的位置如何经过几次折叠后变得难以预测。

比较不同的揉面方式：如果只是简单揉搓（不拉长折叠），混合效率

如何？如果只是在桌面上碾压，效果又怎样？

### 第三部分：计算机模拟

使用熟悉的计算机编程语言（Python、C、C++、Matlab 等）进行数值模拟（可以基于 AI 工具的帮助，或者参考相关的程序进行适当修改）。在模拟中，你需要：

建立“面包师变换”的数学模型：如将单位正方形区域先水平拉伸为原来的 2 倍，再裁剪回原尺寸并堆叠。

选取两个初始位置非常相近的点（比如距离为 0.001），反复应用面包师变换。

计算每次变换后两个点之间的距离，观察它们之间的距离如何随时间（变换次数）变化。

绘制两个点的轨迹图，看看它们经过多次变换后被“分散”到整个区域的什么位置。

### 深度思考：

（1）为什么简单的“拉伸+折叠”是非常高效的混合方式之一？它比单纯搅拌或揉搓好在哪？

（2）这个揉面过程在数学上展示了混沌的一个重要性质——一个点经过反复拉伸折叠，可以跑到几乎整个区域内的任何地方。这对理解长期天气预报的极限有什么启发？（提示：大气也是通过类似“拉伸+折叠”的过程，让微小扰动迅速放大到整个系统。）

（3）如果每次折叠的方向不是完全对齐的（比如旋转一定角度再折叠），混合效率会更高还是更低？为什么？

### 泛化能力：

这种“拉伸-折叠-剪切”的混沌混合原理，在自然界和工业中都有广泛应用：

（1）海洋混合：海洋中的浮游生物、营养盐和污染物，都是通过类似的“拉伸-折叠-剪切”过程在全球海洋中混合的。海洋涡流就像海洋中的“揉面师傅”，把物质混合均匀。

（2）工业混合：工程师利用混沌混合原理设计出没有运动部件的“静态混合器”。这种混合器内部有特殊的螺旋结构，流体通过时自动被“拉伸”和“折叠”，既省电又高效，广泛应用于化工、食品、制药

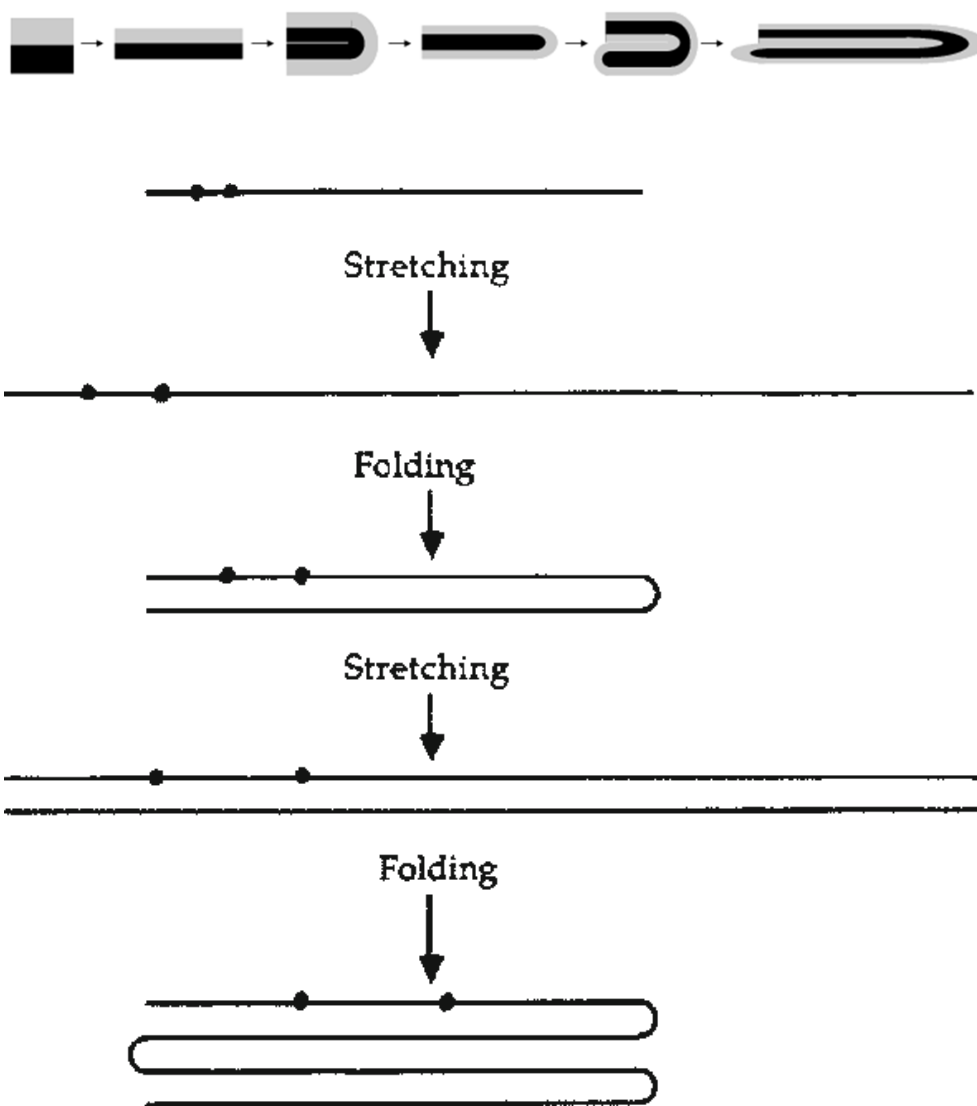


等行业。

(3) 冲咖啡：如果你用勺子沿着一个方向搅，咖啡和奶精主要是在做“圆周运动”，混合效率不高。但如果“上下翻动+旋转”，就相当于在三维空间中进行“拉伸和折叠”，混合得更快更均匀。

(4) 班级小组合作：在小组合作中，如果只是让每个人做自己擅长的部分（不“混合”），可能产生不了新思路。但通过“头脑风暴”（相当于“拉伸”想法）和“互相讨论”（相当于“折叠”想法），可能会产生意想不到的创新。这是不是也是一种“思想混合”的混沌过程？

你能想到生活中还有哪些利用“拉伸+折叠”原理的例子吗？



面包师变换的示意图。上图表示了拉伸折叠的过程。下图示意了两个点相对位置的变化。图片来自互联网

<https://www.researchgate.net/figure/Distributive-mixing-mechanism-for-the-bakers-fold-process-a-stretch-and-fold->

method\_fig3\_276072921 和 [https://www.researchgate.net/figure/The-bakers-transformation-one-of-the-simplest-cases-of-unpredictability-in-deterministic\\_fig2\\_241039314](https://www.researchgate.net/figure/The-bakers-transformation-one-of-the-simplest-cases-of-unpredictability-in-deterministic_fig2_241039314)

## 题目 16：蚁群算法实验室——信息素挥发与探索-利用平衡

### 情景故事：

1992 年，意大利学者 Marco Dorigo 在他的博士论文中提出了一个革命性的优化算法——蚁群算法。他的灵感来自一个思考：蚂蚁是怎么找到从蚁穴到食物源的最短路径的？

原来，蚂蚁会在走过的路上留下一种叫“信息素”的化学物质。走短路的蚂蚁往返快，单位时间内经过的次数多，留下的信息素也多；其他蚂蚁闻到信息素就会被吸引过来，留下的信息素更多，形成“正反馈”。但信息素也要挥发，这本身是一个负反馈。如果信息素挥发得太慢，蚂蚁会“死守”一条次优路线；如果挥发得太快，蚂蚁又会“永远犹豫不决”，找不到稳定路径。这种巧妙的“探索-利用平衡”（适当的正负反馈的综合作用）让蚁群在没有中央指挥的情况下，能找到最优解。今天，蚁群算法已经被应用于快递路径规划、芯片布线、网络路由等实际工程中。

### 核心挑战：

参考蚁群算法，编写一个简单的蚁群寻路程序（如求解旅行商问题或迷宫最短路径）。你可以使用 Python、C、C++、Matlab 等编程语言（在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）。你需要完成以下任务：

**基本实现：**在计算机中模拟一个迷宫（或城市网络），放置一群“蚂蚁”。每只蚂蚁在自己走过的路径上留下信息素，它在路口的时候会倾向于（较大概率）选择信息素浓度高的路径。

**参数扫描：**系统改变信息素的挥发速度（挥发率从 0 到 1）和蚂蚁选择路径时“对气味的依赖程度”（即信息素重要性参数  $\alpha$  和启发式信息重要性参数  $\beta$ ）。

**记录结果：**记录蚁群找到最短路线所需的时间和最终路线的质量。

**识别失败情况：**找出“过早死守一条次优路线”（过早收敛）和“永远犹豫不决找不到稳定路径”（无法收敛）两种失败情况，分析它们在什么条件下出现。

### 深度思考：

(1) 信息素挥发得快或慢，如何影响蚁群在“走已知的好路”和“探索可能的新路”之间的选择？为什么真实蚂蚁的信息素会慢慢消失？这对整个蚁群的生存有什么好处？

(2) 这种依靠简单个体和间接交流（气味）来协同工作的方式，与我们常见的集中控制方式（比如一个中央指挥下令）相比，各有什么优缺点？在什么情况下“去中心化”的方式更有优势？

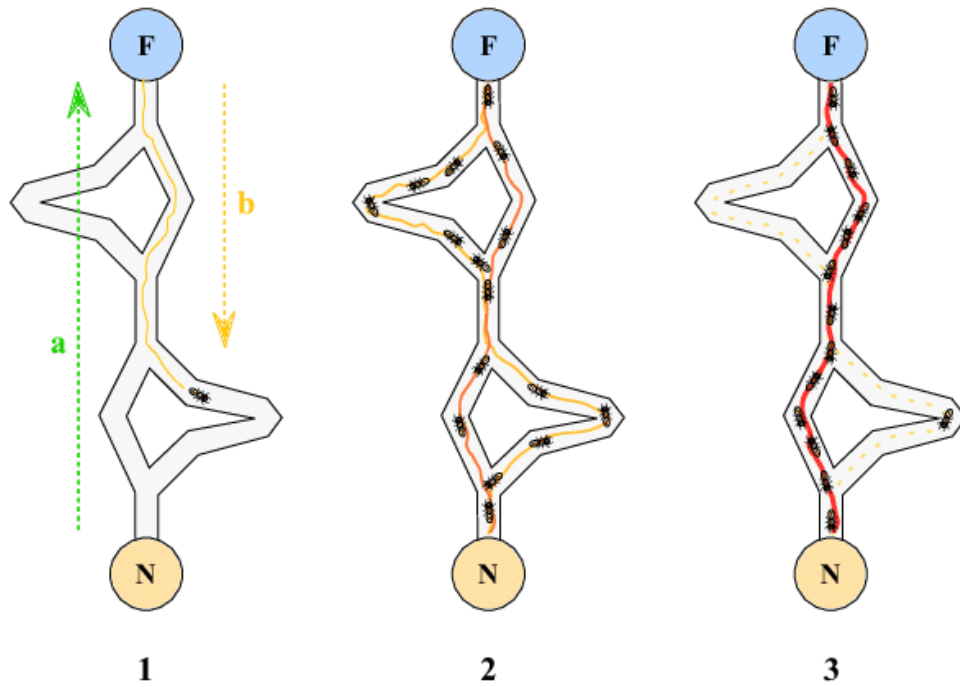
(3) 蚁群算法中有一个“探索-利用”的权衡：太偏向利用（总是走信息素最多的路）容易陷入次优解；太偏向探索（总是随机选路）又找不到稳定路线。这两个正负反馈的耦合效果是什么样的？你能想到生活中类似的权衡吗？

## 泛化能力：

蚁群算法已应用于很多实际问题，如快递路径规划（快递员如何规划最短路线送完所有包裹）、芯片布线（在密密麻麻的电路中找到最短且互不干扰的路径）、网络路由（数据包如何选择最快路径到达目的地）等。你可以尝试讨论下面的问题：

(1) 班级里的“热门路线”：你有没有发现，学校里某些“热门”活动（比如社团招新、食堂某个窗口）会吸引越来越多的人参加或排队，这就是一种“正反馈”。一开始可能只是偶然几个人去了，后来大家看到人多就觉得“肯定好”，于是更加聚集。这就是信息素正反馈在生活中的体现。如果没有人尝试其他选择（相当于过于依赖过去的信息素，没有新的信息素渠道），会不会导致大家只知道少数几个选项，而错过了其他可能更好的选择？

(2) 小组作业的分工策略：在做小组作业时，如果一开始某个人负责某部分做得不错（相当于留下“信息素”），大家以后可能都倾向于让他做同样的事。但如果从不尝试新的分工（没有“探索”），可能会错过更高效的合作方式。而如果每次都重新随机分工（信息素挥发太快），又会浪费时间和精力。你觉得小组合作中应该如何平衡“利用”熟悉的分工和“探索”新的分工方式？



蚁群算法的一个实例。图片来自于互联网

<https://www.ewbang.com/community/article/details/1000200114.html>。

## 题目 17：沙堆的雪崩——小事件和大灾难遵循同样的规律？

### 情景故事：

1987 年，三位物理学家 Bak、Tang 和 Wiesenfeld 在《物理评论快报》上发表了一篇划时代的论文，提出了“自组织临界性”理论。他们的思想实验很简单：想象你在沙滩上堆沙堆，一粒一粒地加沙子。大多数时候什么也不会发生，有时会引发小崩塌，偶尔会引发整个沙堆一侧的大塌方。他们发现，无论 you 从什么形状的沙堆开始，系统总会自己演化到一个“临界状态”——在这个状态下，下一次崩塌的规模完全不可预测，但从小到大崩塌发生的次数却呈现出稳定的数学规律（幂律分布）。

这个发现让地震学家恍然大悟：大地震和小地震可能是同一种机制产生的，只是规模不同而已。研究发现，地震的震级与发生频率之间遵循幂律关系——震级每增加 1 级（能量增加约 32 倍），发生的次数大约减少到原来的  $1/10$ 。这就是著名的“古登堡-里克特定律”。同样的规律也出现在森林火灾、城市规模、词语使用频率等看似完全不相关的系统中。今天，你可以用计算机模拟这个“沙堆模型”，亲眼见证“小概率的大事件”是如何涌现的。

### 核心挑战：

用 Python、NetLogo、C、C++、Matlab 等编程语言（在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）构建一个简单的沙堆计算机模型（二维网格，随机加沙，当某个格子的沙堆高度超过阈值（比如比四个邻居高 4 个单位以上）时，就向四个邻居各崩塌 1 个单位，规则可以参考相关的研究设定）。你需要完成以下任务：

让模拟运行足够长的时间（比如加上几万粒沙，直到系统进入稳定的“临界状态”），记录每次崩塌的规模（涉及多少颗沙粒的崩塌事件），统计不同规模的崩塌各发生了多少次。

画图分析：以崩塌规模为横坐标，以该规模发生的次数为纵坐标。由于幂律分布的数据范围往往很大（从 1 到几千甚至上万），直接画图很难看清规律。这时需要用双对数坐标——即将横坐标和纵坐标都取对数（常用以 10 为底）后再画图。如果数据点在双对数坐标图上近似落在一条直线上，就说明崩塌规模与发生次数之间满足幂律关系。

改变崩塌的参数（比如改变崩塌的条件和崩塌的过程），观察规模-频率的倾斜程度（即幂律指数）如何变化。

## 深度思考：

(1) 为什么沙堆模型不需要人为调整任何参数，自己就会演化到“随时可能发生大崩塌”的状态？

(2) 在这种系统中，为什么一个微小的扰动（加一粒沙）有时能引发巨大的连锁反应，有时却几乎没有影响？

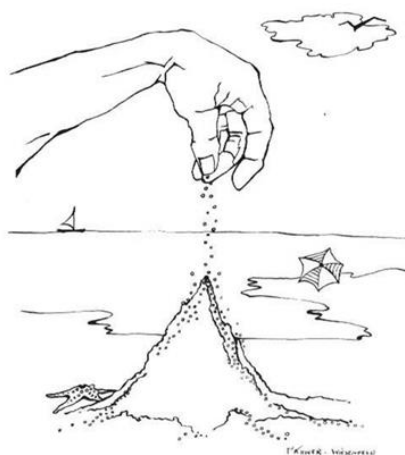
(3) “某次大崩塌何时发生无法预测”与“大小崩塌发生的整体比例有规律”，这两者矛盾吗？这给地震研究带来了什么启示？

## 泛化能力：

(1) 班级生活：一次小小的争论，有时很快平息，有时却引发全班范围的大争吵。这跟沙堆模型有什么相似之处？有没有办法提前“释放”小矛盾，避免大爆发？

(2) 知识的遗忘：你有没有这样的体验？有时候只是忘记了一个小知识点（比如一个公式的推导过程），稍微提醒一下就想起来了；但有时候，忘记了一个基础概念（比如乘法分配律），结果导致后面一大片相关的知识（解方程、因式分解等）都跟着“崩塌”了。这是不是也像沙堆雪崩一样——关键的那一粒“沙子”（基础知识点）掉了，上面依赖它的知识就会连锁脱落？你觉得，在学习过程中，怎样才能避免这种“大片遗忘”的崩塌？

(3) 你能在身边找到可能遵循幂律分布的现象吗（如：城市规模、词语使用频率、地震震级、森林火灾规模）？



沙堆模型。图片来自于互联网 <https://baike.baidu.com/item/沙堆模型/8139110>。

## 题目 18：谣言跑得比真相快？——信息传播的模型实验

### 情景故事：

“谣言跑得比真相快”——这句话不仅在生活中有道理，在数学模型中也能被验证。社会学家发现，谣言之所以传播得快，关键在于它利用了人的“从众心理”：当你看到朋友圈里好几个人都在转发同一条消息，即使它看起来很离谱，你也很容易相信并转发。这种“大家都这么说，那应该是真的”的心理，形成了信息传播中的“正反馈”效应。

然而，自然传播机制仅是谣言扩散的基础，网络水军的介入则构成了其“工业化引擎”。水军通过批量制造虚假互动，人为构建“虚假共识”，利用算法推荐机制实施议程设置，极大加速并扭曲了舆论的形成过程。面对这一挑战，识别水军与反制操纵已成为净化网络空间的“猫鼠游戏”。检测技术已从简单的规则过滤、机器学习，演进到基于图计算挖掘协同行为模式，再到利用大模型实现多模态深度识别，以应对不断升级的操纵手段。

在关键的位置设置“辟谣员”对于防止谣言引发舆情以及引导正常的社会氛围极为重要，那么要把“辟谣员”放在什么重要位置呢？

### 核心挑战：

使用 Python、NetLogo、C、C++等编程语言进行模拟（在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）。你需要完成以下任务：

构建网络：构建一个小型社交网络（比如班级的朋友关系图），或者使用现成的网络数据集。

制定传播规则：一个人听到一个朋友转发的消息后，有一定概率  $p$  相信并转发给其他好友；看到多人转发的消息，相信的概率更高（比如可以假设看到  $k$  个好友转发，相信概率为  $1-(1-p)^k$ ）。

比较真相与谣言：假消息往往更具“新颖性”和煽动性（常引发恐惧、厌恶等情绪），更能吸引人们的注意力并促使转发。分别模拟“真消息”和“假消息”的传播过程，比较它们的传播速度和最终覆盖范围。

网络结构实验：改变网络结构（比如有一些“大 V”节点，或者改变网络的聚集程度），观察什么结构会让谣言爆发得更快。

辟谣实验：在网络中安排几个“辟谣员”（他们不转发谣言，或者主动发布辟谣信息），尝试找出放置辟谣员的最佳位置。



## 深度思考：

(1) 为什么“大家都这么说”会让人更容易相信？这在数学上如何建模？

(2) 如果在网络里安排几个“辟谣员”，放在什么位置效果最好？（提示：是放在连接不同小团体的“桥”位置，还是放在朋友最多的“中心”位置？或者其他位置）

(3) 你的模型里，什么情况下谣言会自己停下来？

## 泛化能力：

这个模型能用来研究很多类似的现象：

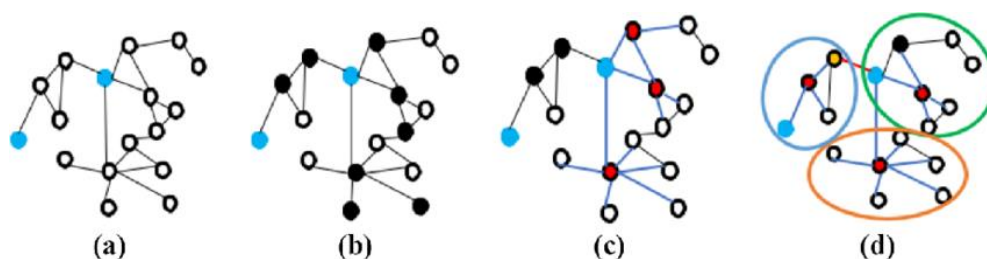
(1) 新产品口碑传播：一个新产品如何通过用户的口碑“病毒式”传播？哪些用户是关键？

(2) 班级里的“八卦”：你有没有发现，班级里的八卦消息传得特别快？哪些同学是“八卦中心”？如果把辟谣信息交给班长发布，效果会比“八卦中心”更好？

(3) 健康行为推广：如何让更多人接受健康的生活方式（比如勤洗手、戴口罩）？应该先影响哪些人？

(4) 网络水军与虚假评论：电商平台上的一些虚假好评，为什么能“刷”上去？这和谣言传播的机制有什么相似之处？

(5) 作为普通人，从模型结果看，怎样做最能阻止谣言传播？



谣言传播和阻断的过程，(a) 原始网络；(b) 正常传播；(c) 阻塞关键节点；以及 (d) 基于社区的阻塞节点。图片来自于互联网  
[https://www.researchgate.net/figure/The-process-of-rumor-propagation-and-blocking-a-original-network-b-normal\\_fig1\\_337850939](https://www.researchgate.net/figure/The-process-of-rumor-propagation-and-blocking-a-original-network-b-normal_fig1_337850939)。

## 题目 19：幽灵堵车为何发生？——一个不留意的刹车如何引发几公里外的停滞

### 情景故事：

你一定经历过这样的场景：高速公路上车流突然走走停停，堵了十几分钟后终于通畅了，但一路上根本没看到任何事故、施工或障碍物。这就是“幽灵堵车”。它的成因其实很简单：某个司机不留神轻轻点了一下刹车，后面的人反应慢了半拍踩得更重一些，再后面的人踩得更重……这个小小的扰动就像水波一样向后传播，最终变成几公里外的人需要完全停下来。

1992 年，德国物理学家 Nagel 和 Schreckenberg 提出了著名的交通流元胞自动机模型（简称 NaSch 模型），成功再现了高速公路上“幽灵堵车”的现象。科学家发现交通流实际上存在类似水的“相变”：低密度时是“自由流”，高密度时是“拥堵流”，而两者之间存在一个“临界密度”。更令人振奋的是，科学家发现解决幽灵堵车的方法也很简单：加入一小批“反应超快”的自动驾驶车（反应时间远小于人类）。模拟显示，即使只有 5%-10% 的自动驾驶车渗透率，也能显著推迟拥堵的发生。这就是非线性效应——少量关键改变，可以带来不成比例的巨大改善。

### 核心挑战：

基于 Python、NetLogo、C、C++ 编程语言等在计算机里搭建一条马路（可以参考经典的 NaSch、OVM 等模型，以其假设为基础设置自己的车流规则，可以利用 AI 工具，要进行必要的说明）。你需要完成以下任务：

在计算机里搭建一条环形马路，放上一些“小车”，给每辆车定几条简单规则（前面空就加速、太近就减速、偶尔走神慢一下）。假设每辆车都有一个极小的概率发生一次不留意的刹车让速度骤然下降，绘制车辆运行的时空图。改变车辆密度，车辆速度，车辆间距等参数，模拟并进行对比。如果是多车道呢（例如：当前车道前方太慢且旁边车道有空隙时就变道）？

加入一定比例“反应超快”的自动驾驶车。探究自动驾驶车对幽灵堵车的影响。

### 深度思考：

(1) 为什么前面司机不留神轻轻点一下刹车，后面几公里外的车却

要完全停下来？假如加 10% 的自动驾驶车，为什么效果可能不是改善 10%，而是畅通了一倍？

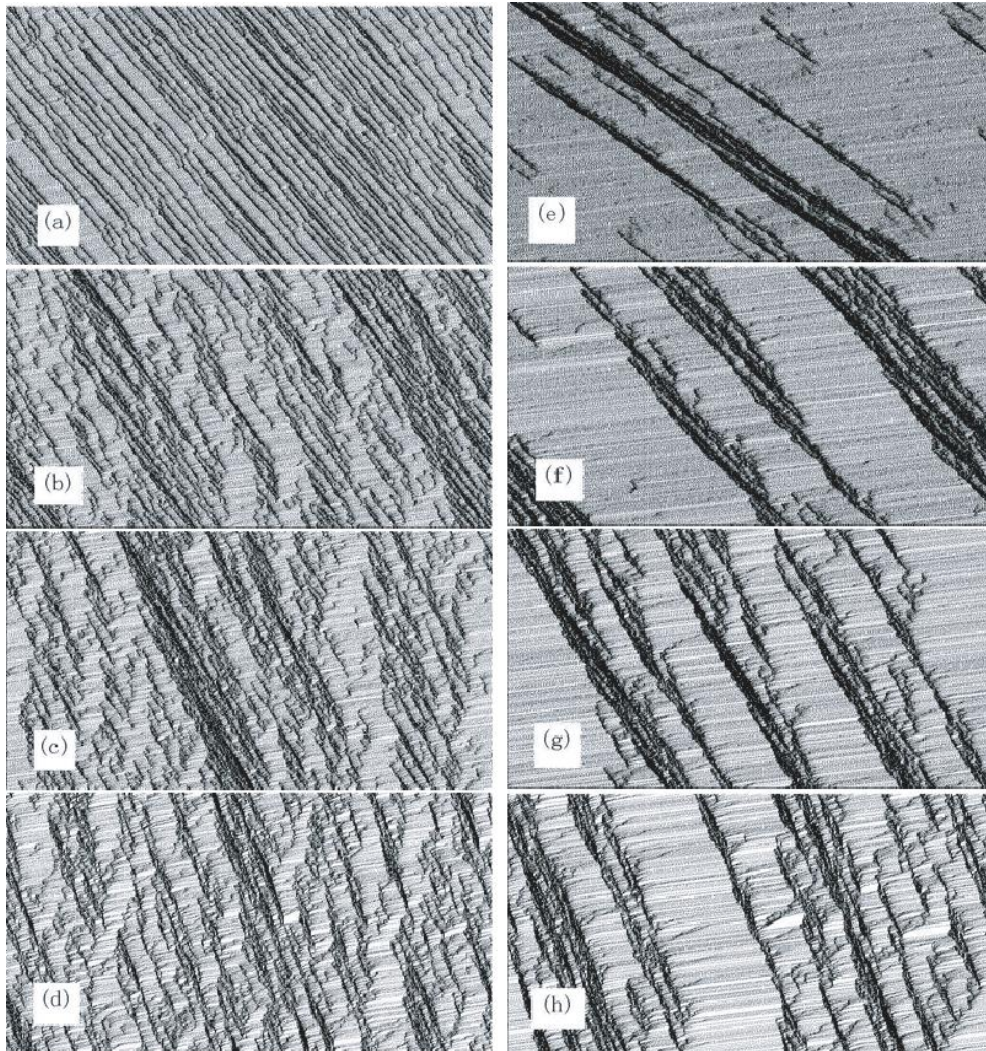
（2）在这个模型中，“不留意的刹车概率”和“最短车距要求”两个参数分别代表了什么现实含义？如果增大最短车距要求（即要求车与车之间留出更多空间），对交通流会产生什么影响？是让拥堵更容易发生还是更难发生？这与我们直觉上“保持车距能提高安全”是否一致？

（3）多车道情况下，换道行为看似给了司机“避开慢车”的自由，但这种自由是总是有助于缓解拥堵，还是有时反而会引发新的拥堵？比如，当很多车同时向同一车道变道时会发生什么？这让你联想到生活中的哪些类似现象（比如排队时频繁换队反而更慢）？

### 泛化能力：

（1）这个方法能用来研究超市收银台排队、景区游客流动吗？如果你是交通局长，除了加自动驾驶车，还有什么办法能缓解幽灵堵车？

（2）在“学生集体跑步”的情境下（比如课间操跑步或体育课集体训练），如果队伍太密集，一个同学不留神减速或摔倒，也可能引发后面同学的连锁反应，造成推挤甚至受伤。你能用这个模型的思路，提出一些增加跑步安全性的措施吗？



NaSch-D 模型和 NaSch 模型的时空结构。(a - d) 显示了 NaSch-d 模型的结果，  
 ( e - h ) 显示了 Na Sch 模型的结果。图片来自互联网  
[https://www.researchgate.net/figure/The-spatio-temporal-structures-of-the-NaSch-D-model-and-the-NaSch-model-a-d-show-those\\_fig3\\_225556010](https://www.researchgate.net/figure/The-spatio-temporal-structures-of-the-NaSch-D-model-and-the-NaSch-model-a-d-show-those_fig3_225556010)

## 题目 20：柱子是如何救人的？——反直觉的人群疏散与踩踏风险

### 情景故事：

2003 年 2 月，美国罗德岛的一家夜总会发生火灾，短短几分钟内就有 100 人丧生。事后调查发现，很多人并不是被火烧死的，而是被堵在出口处活活踩踏致死——大家都拼命往外挤，结果在门口挤成了一个密不透风的“人形拱墙”，谁也出不去。

更令人震惊的是 2022 年韩国首尔梨泰院踩踏事故，一条仅 3.2 米宽的斜坡巷道中每平方米挤着近 10 个人，人群出现不自主的推挤波浪，像“湍流”一样，有些人甚至被挤得双脚离地。

大家很容易想到人群的密度、行走的速度和门的大小会对疏散效果产生影响，具体是什么影响？这些悲剧让科学家开始认真研究：什么造成了紧急疏散的效率低下？德国物理学家 Dirk Helbing 和 Péter Molnár 于 1995 年提出的“社会力模型”（Social Force Model）用计算机模拟了人群的行为，并发现了一个反直觉的结论：在门口放一根柱子，反而能让疏散变快！这个发现已经被应用到了伦敦、纽约等地的体育场和地铁站设计中。今天，你也可以用模拟来探究这个“柱子救人”的奇妙现象，同时理解高密度人群中的踩踏风险。

### 核心挑战：

阅读了解 Helbing 提出的社会力模型以及相关工作，并在计算机上（可使用 NetLogo、Python、C、C++或其他任何支持多主体模拟的平台；在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）设计一个简单的房间疏散模拟程序。你需要完成以下任务：

**简单人群疏散实验：**采用人群运动模拟方法，模拟高密度人群在恐慌情况下的移动。改变人群密度、期望速度、出口宽度，观察“走走停停波”和“人群推挤”的出现条件。

**障碍物优化实验：**在房间唯一的出口前方，尝试添加不同形状（圆柱形、方形、三角形）和不同位置（正对门口、偏左、偏右）的障碍物，系统记录所有人全部撤离所需的时长，找到那个最能缓解拥堵的“魔法障碍物”。

### 深度思考：

(1) 为什么出口前放一根柱子，疏散时间反而可能比没有任何障碍

时更短？这与你直觉上“障碍物会挡路”的想法矛盾吗？

（2）如果放置多个障碍物呢？效果会更好还是更差？障碍物的存在除了影响疏散效率，还会对房屋的容积、建筑成本、日常使用便利性等方面产生哪些影响？在设计一个大型场馆时，工程师需要在“应急疏散效率”和“日常运营成本”之间如何权衡？

（3）如果大家都遵守规则（比如排队有序撤离，不推挤、不抢行），疏散效率会发生什么变化？其实，规则的遵守就相当于有一个“看不见的障碍物”——它虽然没有物理实体，却在维持秩序、防止拥堵。这与前面讨论的物理柱子有什么异同？

### 泛化能力：

这种“反直觉设计”已经在一些大型体育场、地铁站的实际出口得到了应用。你能想到生活中还有哪些“慢就是快”、“堵反而通”的系统现象吗？例如：

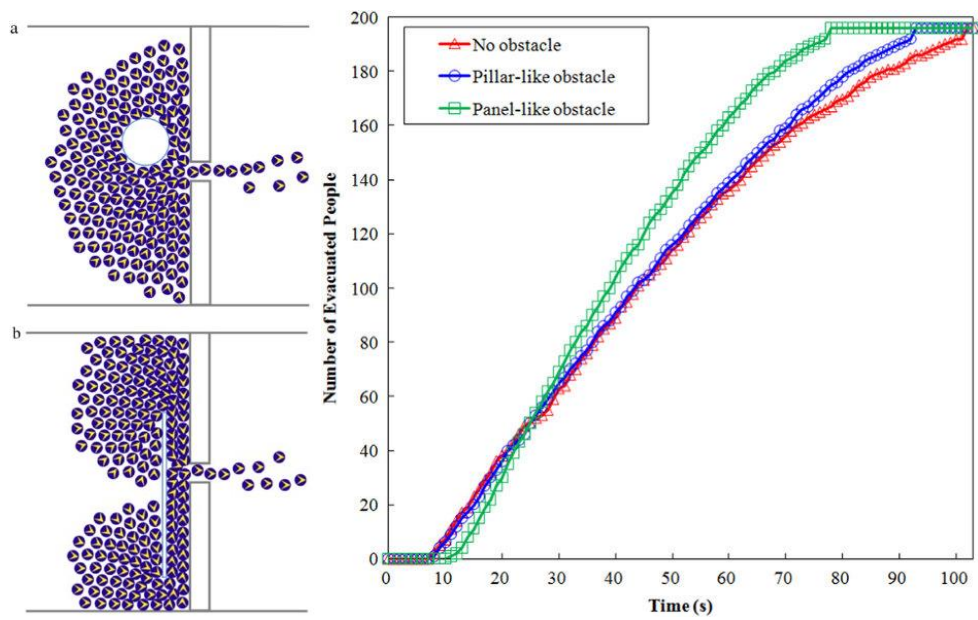
（1）网络数据传输中的“拥塞控制”（大家适当等一下，反而整体更快）

（2）十字路口的“让行规则”（大家相互礼让便于通行，否则十字路口经常会被死锁）

（3）如果让你优化学校食堂的打饭窗口排队区，你会如何利用这个原理来减少拥堵？

（4）规则的遵守实际上相当于有一个看不见的障碍物在维持秩序。我们日常生活中的班级规则、校规等，也起着类似的作用——它们看似“限制”了我们的自由，但实际上是不是反而让整个集体运转得更顺畅？你能举出一个班级里“守规则反而让大家更高效”的例子吗？





障碍物对于疏散效果影响的模拟和分析。图片来自于互联网  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437116305374>。

## 题目 21：从绝缘到导电的惊天一跃——渗流的秘密

### 情景故事：

1957 年，科学家西蒙·布罗德本特（Simon Broadbent）和约翰·迈克尔·哈默斯利（John Michael Hammersley）在研究流体在多孔介质（如滤纸或岩石）中的渗透时，发现了一个奇怪的现象：当多孔介质中连通的孔隙比例低于某个临界值时，流体几乎无法通过；但当连通孔隙的比例一点点增加，超过某个临界值后，流体突然就能“贯穿”整个介质，流量一下子跳了上去。这种现象后来被抽象成数学模型，称为“渗流”理论。

这个发现可以用这样一个事情来解释：往绝缘的塑料里掺入导电的碳黑颗粒——一开始碳黑颗粒太少，彼此被塑料隔开，整体还是不导电；但当你一点点增加碳黑的比例，达到某个“临界值”后，碳黑颗粒突然就“连成一片”了，材料从绝缘体一下子变成了导体。这就像是你往一堆沙子里掺水——一开始沙子还是干的，但当你加到某个比例，水突然就“连成一片”了，整堆沙子都变湿了。

渗流理论解释了为什么森林大火会在烧毁一定比例的树木后突然失控，为什么流感在接种率低于某个阈值后会爆发大流行。今天，你可以用金属球和玻璃球来亲手复现这个“从绝缘到导电的突然转变”。

### 核心挑战：

准备一盒金属球（导电）和一盒玻璃球（不导电）。每次取一定数量的球（比如 200 颗），按照不同的比例计算金属球和玻璃球（比如金属球占比 0%、5%、10%、15%、20%……直到 100%），随机混匀后，倒入一个两端装有金属片的方形盒子中，金属片通过导线连接电池和小灯泡（或蜂鸣器、LED 灯）。对每个比例重复做多次实验（比如 10 次），记录灯泡发光（即电路接通）的次数。最后画出“金属球占比——导电概率”的关系图。你会发现一个有趣的现象：当金属球比例很低时（比如低于 20%），灯泡几乎从不亮；但当比例超过某个“临界值”（比如 25%-35%之间）后，只是再多加 5%，灯泡就突然大概率亮了。

如果你想进行更大规模的模拟实验，可以用计算机来模拟（使用 Python、NetLogo、Matlab、C、C++等编程语言；在适当的情况下，可以使用 AI 工具提供帮助，但要进行必要的说明）。在计算机中，你可以构建一个二维网格，每个格子随机设置为“导电”或“不导电”，然后判断是否存在从左到右的导电通路。改变导电格子的占比，重复多次实验，



统计导电概率，画出“占比-导电概率”图，找到临界值。

### 深度思考：

(1) 为什么刚开始加金属球几乎完全没用（不导电），而加到一定数量后，只是再多加一点点，导电概率就“跳”上去了？

(2) 你能不能估计一下，这个“临界占比”大概是多少？它和你用的盒子形状、球的颗粒大小、盒子的宽窄有关系吗？如果把金属球换成更小的铁粉，临界占比会变高还是变低？

### 泛化能力：

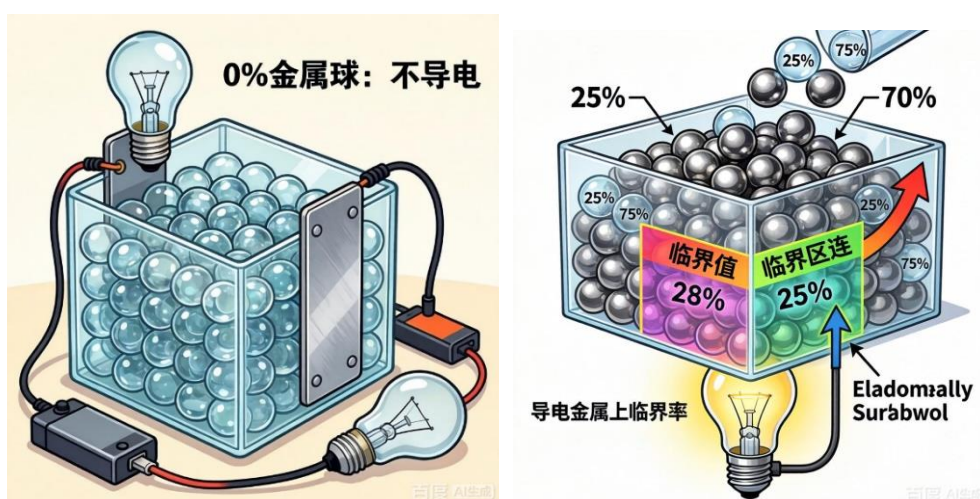
这种“少量增加就能引发突然转变”的渗流现象，在很多系统中都有体现：

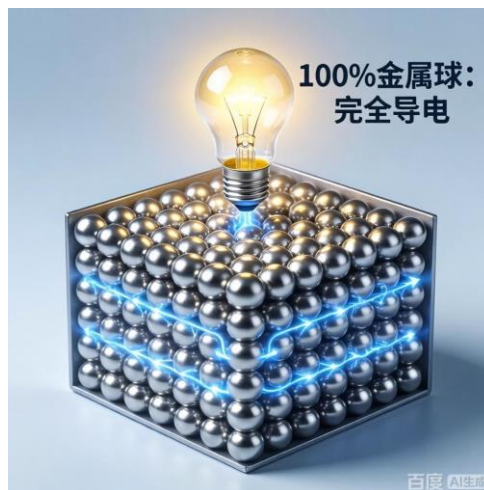
(1) 森林火灾：一片森林中，容易着火的木材的比例超过某个“临界值”，火势就会从“能自己熄灭”变成“横扫整个森林”。

(2) 谣言传播：在社交网络中，相信某个谣言的人数比例超过某个阈值，谣言就会从“没人信”变成“刷屏式传播”。

(3) 班级学习氛围：一个班级里，认真学习的同学比例超过某个临界值，学习氛围可能就会从“没人学”变成“大家都跟着学”。你觉得这个临界值大概是多少？

(4) 你还能想到其他类似的现象吗？比如：一个新产品在市场上的占有率、一种新习惯在班级中的流行程度——是不是都存在这样一个“过了某个点就自动加速”的临界比例？





导电情况随着金属球比例的变化而变化示意图（非真实实验照片，上面的数据不作为实验依据，具体参考文字材料）。本图片由百度 Ai 生成。

## 题目 22：差若毫厘，何以谬以千里？——混沌摆的蝴蝶效应

### 情景故事：

你是否想过，两个完全一样的双摆，从几乎相同的位置释放，一开始摆动看起来一模一样，但几十秒后它们的运动方向就会变得完全不同？这正是混沌系统的典型特征——对初始条件极度敏感。在混沌系统中，微小的初始差异会随时间被指数级放大，导致长期行为不可预测。

双摆就是这样一种简单又迷人的混沌系统：它由两个单摆串联而成，只有两条臂、两个关节，却能产生极其复杂、永不重复的运动轨迹。天气预报说“超过两周就不可预测”，背后也是同一个道理。今天，你可以亲手搭建或计算机模拟一个双摆，亲眼见证“差之毫厘，谬以千里”的混沌现象。

### 核心挑战：

#### 第一步：动手实验

搭建一个双摆（可以用乐高、3D 打印件或简单的木条和轴承制作，也可以从市场上购买现成的双摆装置），用手机拍摄它的运动轨迹。人为制造两次释放时的微小差异（比如相差 1 毫米或相差 1 度角），记录两段轨迹是如何从几乎重合到迅速分道扬镳的。观察系统从有规律的摆动进入杂乱无章运动的整个过程。

#### 第二步：计算机模拟

使用熟悉的编程语言（Python、Matlab、C、C++等，可以利用 AI 工具进行帮助，但需要说明）来设计双摆的数值模拟（可以基于大语言模型的帮助，或者查找一个现成的程序进行适当修改）。在模拟中，你可以更方便地控制初始条件的微小差异，计算两条轨迹的差距随时间如何变化，绘制双摆的运动轨迹图。

### 深度思考：

（1）这个系统的运行是“完全随机”的吗？它与抛硬币的随机性有何本质区别？

（2）既然混沌不可长期预测，为什么我们还能做短期天气预报？这与双摆的“短期可预测、长期不可预测”有什么联系？

（3）蝴蝶效应说“一只蝴蝶在巴西扇动翅膀，可能引发德克萨斯州

的一场龙卷风”。你觉得这个说法在科学上严谨吗？它想表达的核心思想是什么？你可以查阅爱德华·洛伦兹的原论文或相关讨论。洛伦兹系统与这儿的双摆系统有什么关系？

## 泛化能力：

这种“差之毫厘，谬以千里”的特性，在很多领域都有体现：

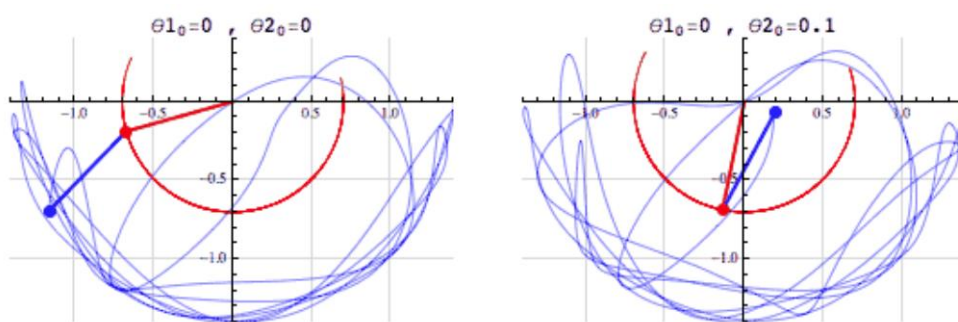
（1）股票市场：微小的消息变化可能引发股价的巨大波动，所以股市很难精准预测。

（2）体育比赛：一场比赛的结果可能取决于一个球的微小偏差（比如足球射门偏了 1 厘米），这就是比赛的“不可预测性”。

（3）班级活动：一次班级活动的结果，可能取决于一开始的一个小小决定（比如选谁当组长）。你有没有遇到过“一开始的小差别，最后导致完全不同的结果”的经历？

（4）学习效果：两个基础差不多的同学，可能因为一次考试的微小差距（比如一个考了 85 分被表扬，另一个考了 79 分被批评），之后的学习状态和成绩差距越拉越大。这是不也是一种“蝴蝶效应”？

你能想到自己生活中的“蝴蝶效应”例子吗？比如一个小小的习惯改变，如何影响了你后来的发展？



初始条件存在极小差异的双摆的运行模拟。图片来自于互联网

<https://blog.csdn.net/nameofcsdn/article/details/129019250>。

## 题目 23：世界局势能量化吗？——用投票数据看国家关系冷暖

### 情景故事：

冷战时期，美国和苏联的“亲密程度”怎么测量？总不能直接问两国领导人“你们关系好不好”吧？聪明的政治学家想到了一个办法：看他们在联合国大会的投票记录。如果两个国家在大多数议题上投票经常一致，说明他们的立场相近；反之，如果经常对着干，说明他们关系紧张。这种方法叫做“代理数据”——用一个容易测量的东西来代替不容易测量的东西。

后来有人用这个方法分析了过去几十年的投票数据，发现了一个有趣的现象：苏联解体前后，许多东欧国家的投票立场突然从“紧跟苏联”变成了“倒向西方”，这个“突变”的时间点，和柏林墙倒塌、苏联红旗降下的时间完美吻合。

今天，你也可以用同样的方法，分析一下几个国家（比如中日韩、或者东盟各国）的关系是变亲密了还是变疏远了。

### 核心挑战：

从公开数据源（比如联合国大会投票数据库）获取最近数十年各国对各项决议的投票记录。对于任意两个国家，计算它们在所有议题上“投票一致”的比例（比如都投赞成或都投反对），这个比例越高，说明两国政治立场越接近。然后，你可以做以下几件事（在适当的情况下，可以使用大语言模型提供帮助，但要进行必要的说明）：

计算某个特定国家（比如中国、美国或俄罗斯）与世界上所有其他国家“距离”的变化趋势——它是和朋友越来越多，还是越来越孤立？

计算一个国家与它所在区域（比如东盟、欧盟、非盟）的平均距离，看看它和“邻居们”的关系是变亲密了还是变疏远了？

挑一两个重大历史事件（比如冷战结束、911 事件、金融危机），观察事件前后各国距离矩阵发生的“突变”。

最后用热力图或网络图把你的发现可视化出来。

### 深度思考：

（1）两个国家在联合国投票的一致性，能否完全代表它们真实的“友好程度”？会不会存在“口头争执激烈，投票却站在一起”或者

“表面上友好，投票却各唱各调”的情况？这说明这种分析方法有什么优点和局限性？

（2）如果某个国家逐渐和世界“平均距离”越来越远，它是在“坚持原则”还是在“被孤立”？这两个说法本质上是同一回事吗？如果现在的数据不能区分，有别的方法吗？

（3）利用网络分析的方法，根据国家之间的“投票一致性”构建关系网络，然后找出网络中的社团结构（即哪些国家经常抱团投票）。观察这些社团结构如何随时间演变——冷战时期的“东西方阵营”是否清晰可见？苏联解体后，东欧国家是否从“东方社团”转移到了“西方社团”？近年来有没有新的社团形成（比如“一带一路”国家群体）？

## 泛化能力：

在这个题目里，我们其实遇到了一个常见难题：我们想研究“国家之间的关系好不好”，但这个事情没法直接测量（总不能让各国领导人填个问卷吧，即使能填问卷他们提交的信息可信吗？）。怎么办？聪明的办法是找一个“代替指标”——用“联合国投票一致性”来间接代表关系好坏。

这种“找不到直接数据，就找一个能拿到手的代替数据”的思路，在生活中特别有用：

（1）食堂最受欢迎的菜：你想知道食堂哪个菜最受欢迎，不用一个个问同学，直接看哪个菜剩得最少就行了（剩得少说明受欢迎）。

（2）老师的教学效果：想评价一个老师的教学效果，不一定直接问学生“你觉得老师教得好吗”，可以看“学生成绩进步幅度”“课堂互动频率”“作业完成率”等代理数据。

（3）班级里的好朋友：你想知道班里谁和谁关系最好，但不好意思直接问，那你可以统计“谁和谁下课总是待在一起”“谁和谁总在朋友圈互相点赞”“谁和谁小组作业经常一组”，把这些当作“代理数据”来推测。

你能想到一个你自己感兴趣的问题，但是似乎没有直接可用的数据。然后给它找一个“代理数据”吗？比如：怎么测量“班级凝聚力”？怎么测量“某位同学的人缘好坏”？



联合国投票场景。图片来自于互联网

[https://mil.sohu.com/a/934845294\\_122471326](https://mil.sohu.com/a/934845294_122471326)。